



ȘIRUL LUI FIBONACCI

*Elaborat de eleva clasei a XI-a "B",
Verlan Alexandrina
Profesor: Bâzga Angela*

LEONARDO FIBONACCI

Leonardo Fibonacci (n. 1170, Pisa, Republica Pisa – d. 1240, Pisa, Republica Pisa), cunoscut și sub numele de **Leonardo din Pisa**, **Leonardo Pisano**, **Leonardo Bonacci**, sau pur și simplu **Fibonacci**, a fost un matematician italian considerat drept „cel mai talentat matematician din Occidentul Evului Mediu”.

Fibonacci este cel mai bine cunoscut lumii moderne pentru următoarele merite:

- A răspândit sistemul de numărare hindu-arab în Europa, prin publicarea în primul rând la începutul secolului al 13-lea a cărții sale denumită *Cartea de calcul*, sau *Liber Abaci*.
- Unul din marile merite ale lui Fibonacci constă în introducerea aritmeticii în sistemul comercial european. Astfel, a dat importanță cifrei zero și a recunoscut superioritatea sistemului de numerație arab față de cel roman.
- La Fibonacci apar operații cu numere fracționare, procedeul de aducere la același numitor, procedee de rezolvare a problemelor de aritmetică comercială, împărțirea în părți proporționale, probleme de amestecuri, operații cu numere iraționale, relații de recurență, *problema păsărilor* etc.
- A propus un șir de numere naturale în care fiecare termen este egal cu suma celor doi precedenți, numit ulterior șirul lui Fibonacci.
- În probleme de algebră, tratează teoria ecuațiilor de gradul al doilea, progresii, sume de serii.
- A interpretat numerele negative și le-a introdus în algebră.
- A stabilit valoarea lui π ca fiind $864/275$.



NOȚIUNE

Șirul lui Fibonacci este o secvență de numere în care fiecare număr se obține din suma precedentelor două din șir.

Numerele Fibonacci sunt definite prin următoarea relație de recurență:

$$F_0 = 0, F_1 = 1, F_i = F_{i-1} + F_{i-2} \text{ pentru } i \geq 2.$$

Astfel, fiecare număr Fibonacci este suma celor două numere Fibonacci anterioare.

Dacă împărțim un element al Șirului Fibonacci la precedentul său obținem rezultatul 1,61803. Acest lucru este valabil de la al 14-lea element în sus (233:144=1,61803, 377:233=1,61803, etc.), indiferent cât de mare ar fi acel număr din șir.

Acest număr a fost denumit φ (phi), fiind considerat încă din antichitate *raportul de aur* sau *numărul de aur*, datorită întâlnirii frecvente a acestui raport în lumea care ne înconjoară. Se află în raportul de aur oricare două numere care îndeplinesc condiția de mai jos: $\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = \varphi$.

Șirul lui Fibonacci:

Start: 0 și 1

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 1 = 2$$

$$2 + 1 = 3$$

$$3 + 2 = 5$$

$$5 + 3 = 8$$

$$8 + 5 = 13$$

$$13 + 8 = 21$$

$$21 + 13 = 34$$

$$34 + 21 = 55$$

$$55 + 34 = 89$$

$$89 + 55 = 144$$

$$144 + 89 = 233$$

$$233 + 144 = 377$$

$$377 + 233 = 610$$

$$610 + 377 = 987$$

$$987 + 610 = 1597$$

$$1597 + 987 = 2584$$

$$2584 + 1597 = 4181$$

$$4181 + 2584 = 6765$$

$$6765 + 4181 = 10946$$

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13,

21, 34, 55, 89, 144,

233, 377, 610, 987,

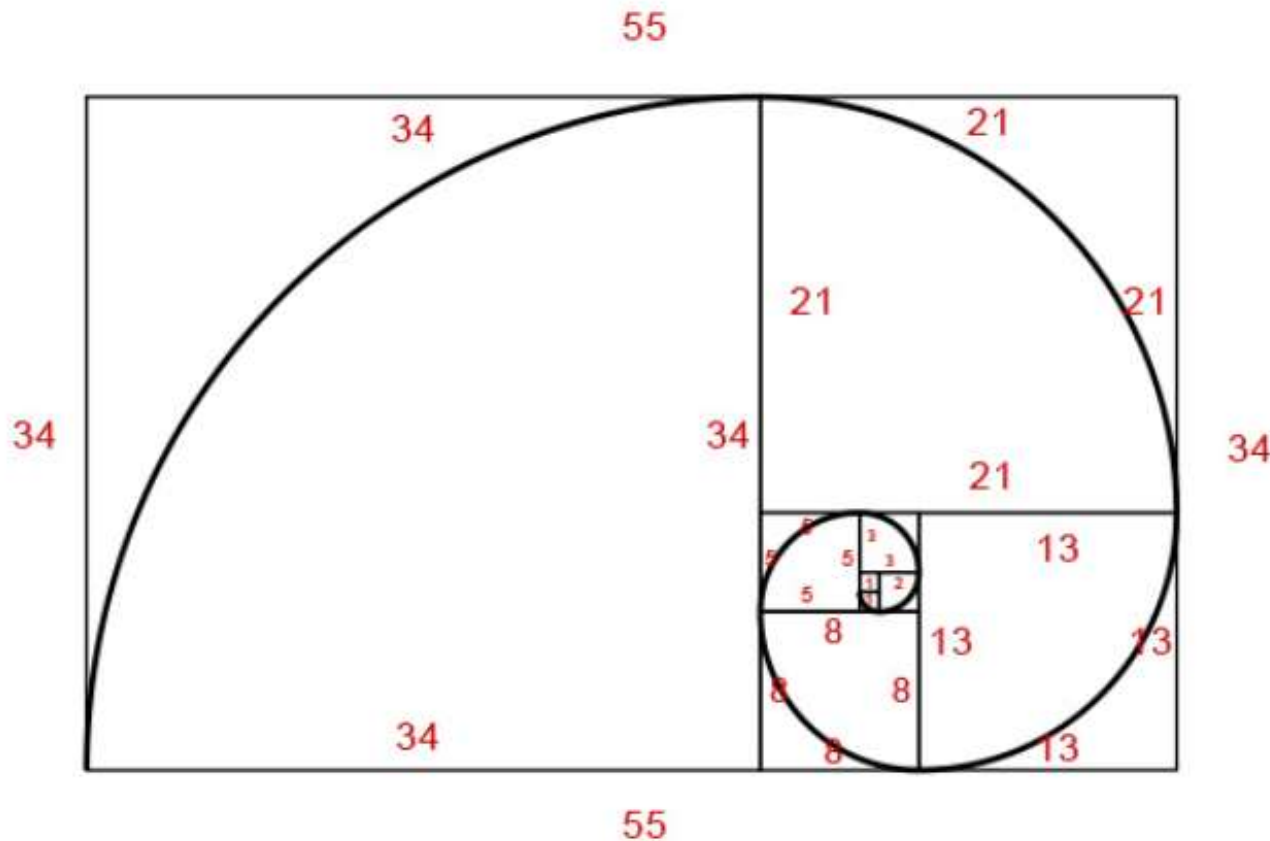
1597, 2584, 4181,

6765, 10946...

NOȚIUNE

Aplicație geometrică a Șirului lui Fibonacci

Raportul de aur, sau
numărul $\Phi = 1,61803...$



Șirul lui Fibonacci: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181, 6765, 10946...

- 2 : 1 = 2
- 3 : 2 = 1,5
- 5 : 3 = 1,6666
- 8 : 5 = 1,6
- 13 : 8 = 1,625
- 21 : 13 = 1,6153
- 34 : 21 = 1,6190
- 55 : 34 = 1,6176
- 89 : 55 = 1,6181
- 144 : 89 = 1,6179
- 233 : 144 = 1,61803
- 377 : 233 = 1,61803
- 610 : 377 = 1,61803
- 987 : 610 = 1,61803
- 1597 : 987 = 1,61803
- 2584 : 1587 = 1,61803
- 4181 : 2584 = 1,61803
- 6765 : 4181 = 1,61803
- 10946 : 6765 = 1,61803

Numărul Φ se obține
împărțind un element al
Șirului lui Fibonacci la
precedentul său.

ȘIRUL LUI FIBONACCI ÎN NATURĂ

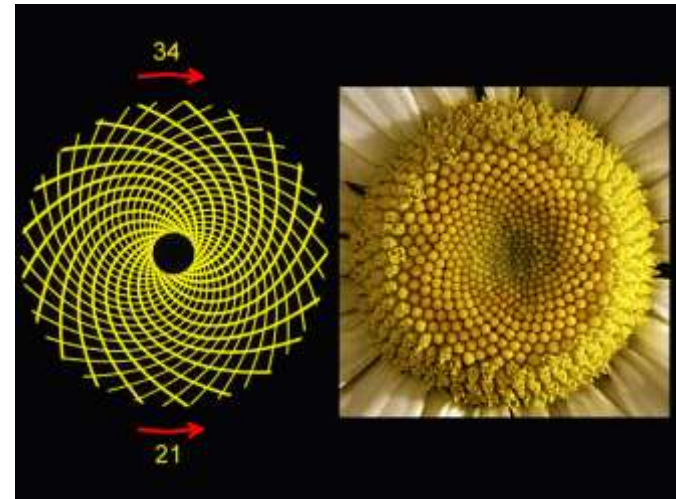
Multe plante au aranjamentul frunzelor dispus într-o secvență Fibonacci în jurul tulpinei.

Conurile de pin respectă o dispunere dată de numerele lui Fibonacci și de asemeni și floarea soarelui. Inelele de pe trunchiurile palmierilor respectă numerele lui Fibonacci etc.

Motivul pentru toate acestea este realizarea unui optim, a unei eficiențe maxime. Astfel, de exemplu, urmând secvența lui Fibonacci, frunzele unor plante pot fi dispuse astfel încât să ocupe un spațiu cât mai mic și să obțină cât mai mult soare.

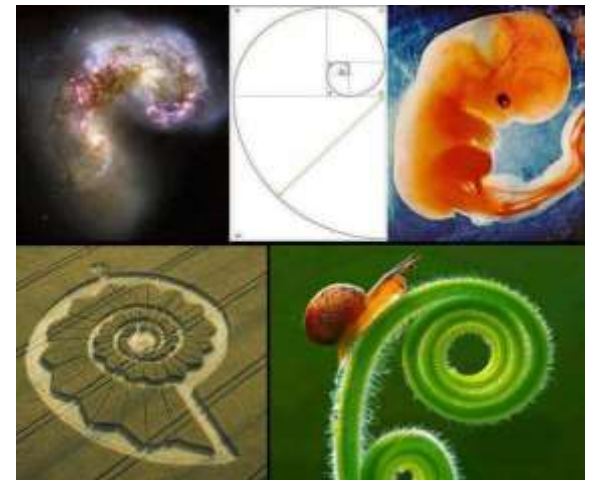
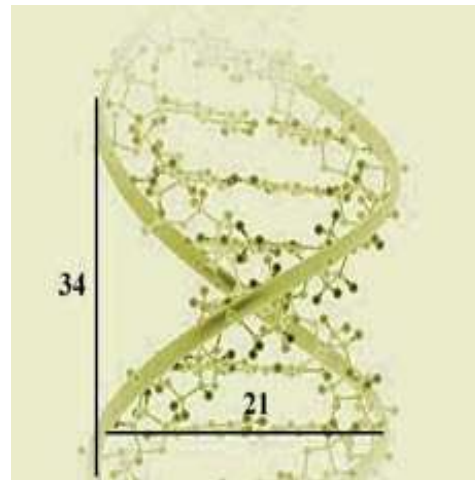
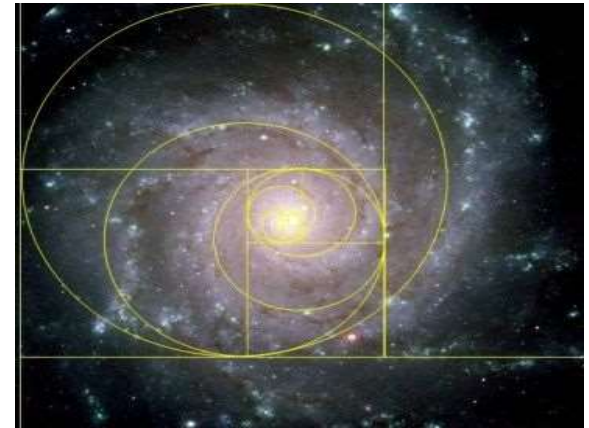
Valurile mării iau forma unei spirale când se apropie de țărm și pot fi astfel reprezentate geometric pe baza numerelor 0, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34 și 55.

La fel și spiralele formate în galaxiile din Univers pot fi reprezentate grafic pe baza Șirului lui Fibonacci.

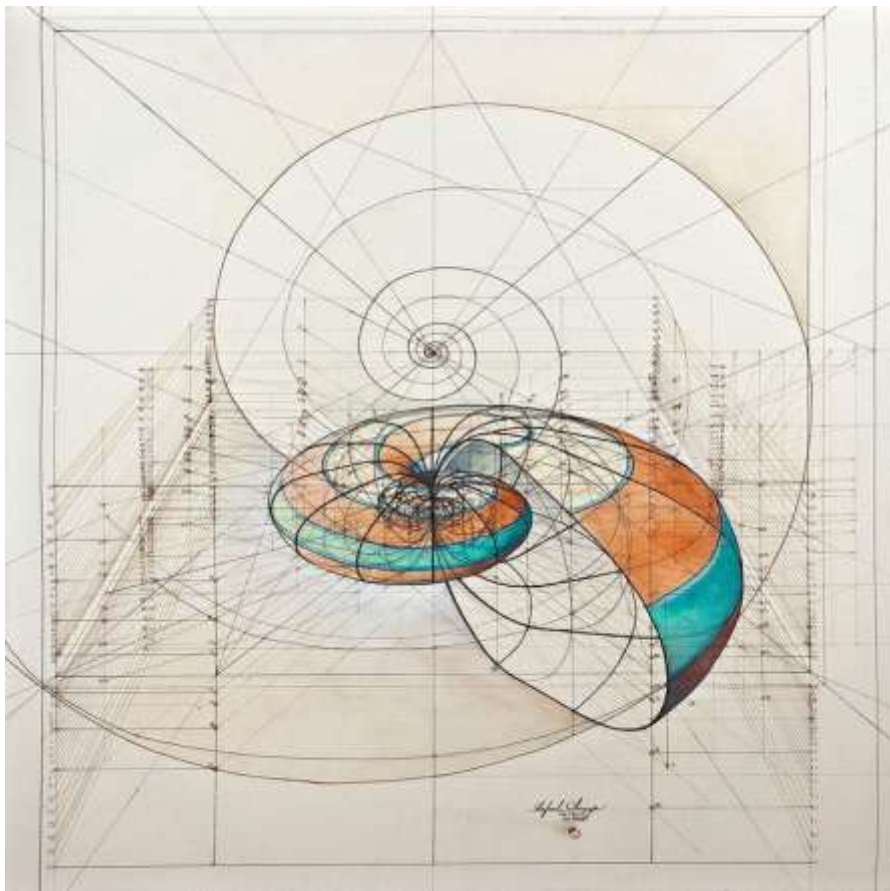


ȘIRUL LUI FIBONACCI ÎN NATURĂ

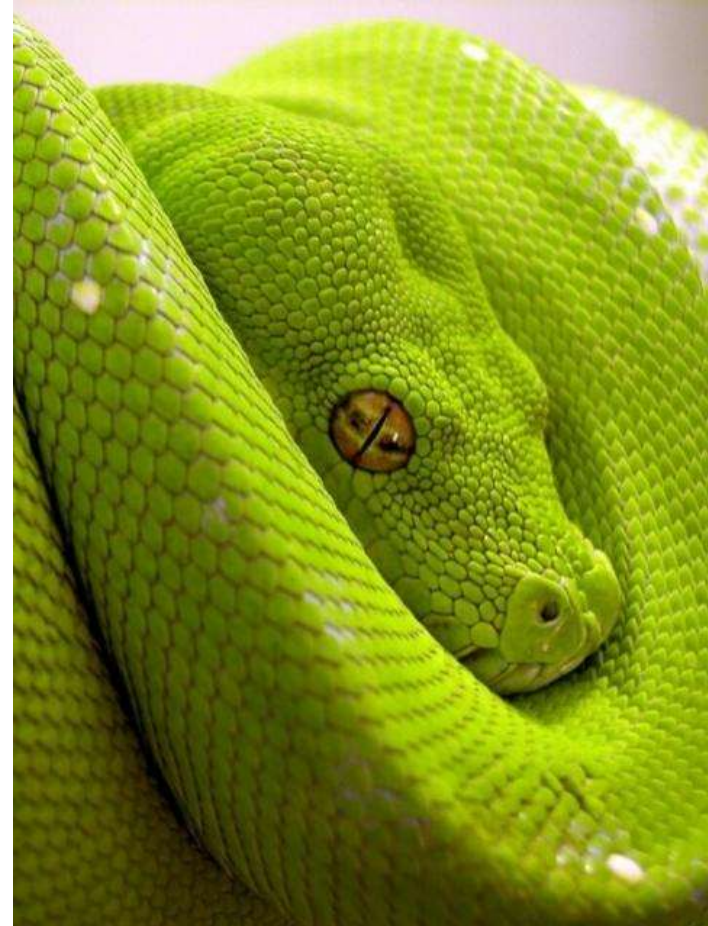
Șirul lui Fibonacci are o răspândire largă în natură.



ȘIRUL LUI FIBONACCI ÎN NATURĂ



ȘIRUL LUI FIBONACCI ÎN NATURĂ

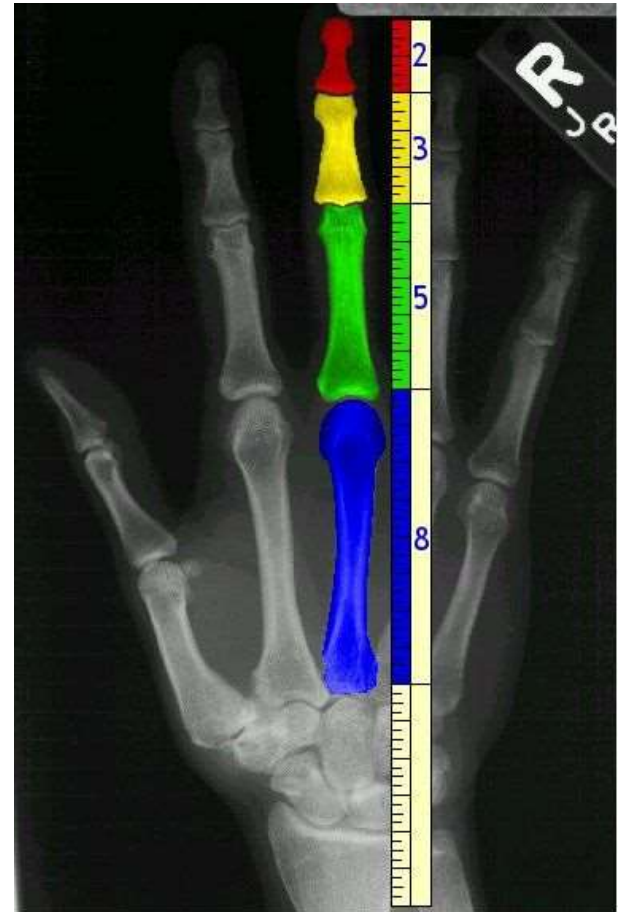


ȘIRUL LUI FIBONACCI ȘI CORPUL UMAN

Dacă privim mâinile unui om, constatăm alte coincidențe, ce ne amintesc de faimosul șir. Avem 2 mâini, cu 5 câte degete, fiecare având 3 falange separate prin două articulații.

Coincidență sau nu, aspectul este interesant, cu atât mai mult cu cât dacă măsurăm lungimea oaselor degetelor, se pare că raportul dintre osul cel mai lung și cel din mijloc, ca și raportul dintre osul mijlociu și cel mai scurt din vârf reprezintă Proporția de Aur Phi.

În medie, dimensiunile falangelor sunt: 2 cm, 3 cm, 5 cm, iar în continuare osul palmei are circa 8 cm (2, 3, 5, 8 sunt numere din secvența Fibonacci).



ȘIRUL LUI FIBONACCI ȘI CORPUL UMAN

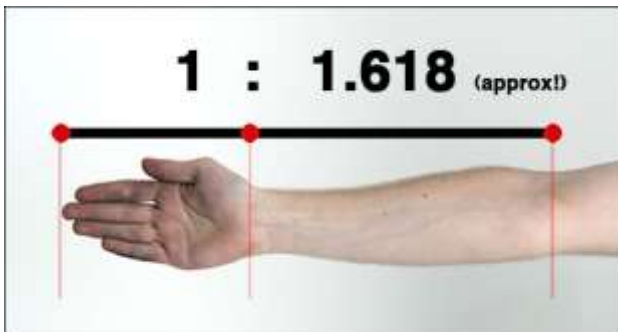
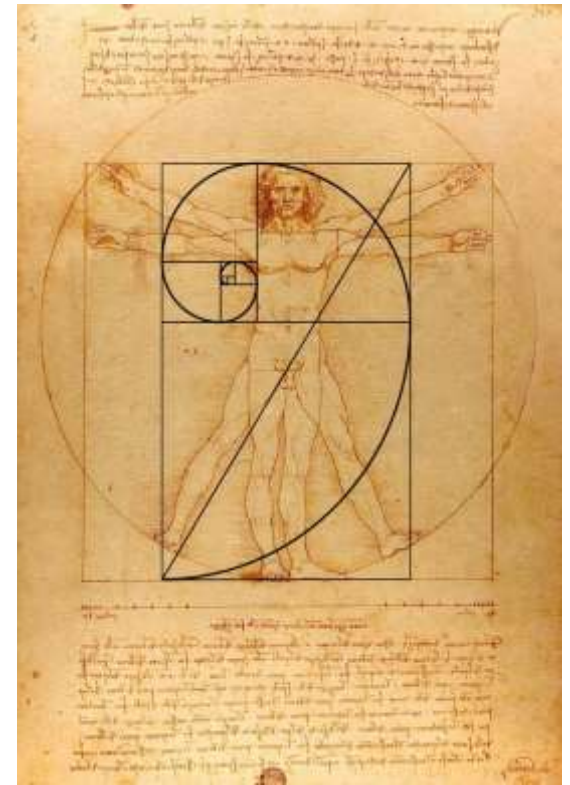
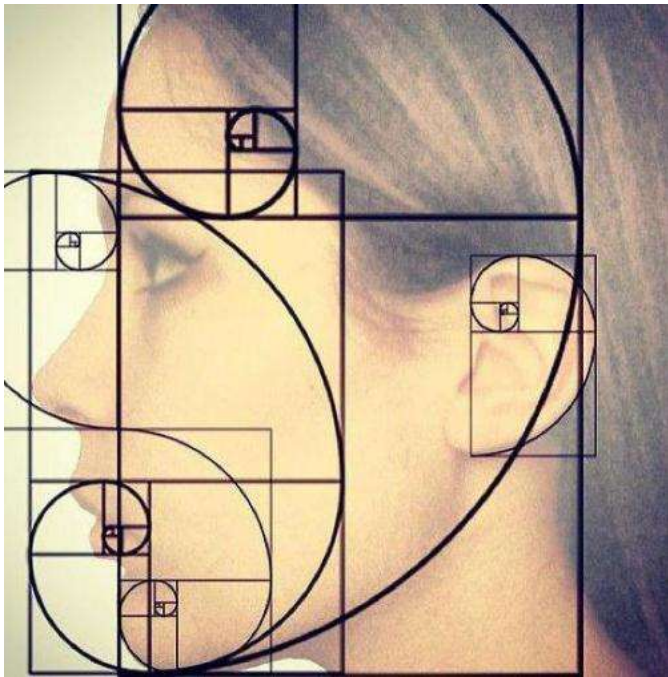
În același timp, fața umană este caracterizată din punct de vedere estetic prin câteva dimensiuni principale: distanța dintre ochi, distanța dintre gură și ochi, distanța dintre nas și ochi, dimensiunea gurii.

În estetică se apreciază că fața este cu atât mai plăcută ochiului cu cât aceste dimensiuni respectă mai bine secvența lui Fibonacci.

Numărul de aur este considerat ca o adevărată "mască" a frumuseții, aplicată pentru chipuri din toate timpurile, de la Nefertiti, la actrițele de succes ale zilelor noastre. Câteva exemple în care se regăsește secțiunea de aur sunt raporturile dintre: lungimea și lățimea feței, distanța dintre buze și linia unde sprâncenele se întâlnesc, lungimea nasului, lungimea gurii și lățimea nasului, distanța dintre pupile și distanța dintre sprâncene.



ȘIRUL LUI FIBONACCI ȘI CORPUL UMAN



ȘIRUL LUI FIBONACCI ȘI ARTA

Literatura:

În povestea „Cinci pâini” a lui Ion Creangă, relatarea are o structură fibonaciană, Creangă alegând cu mult discernământ numerele puse în joc; un om, încă un om, două pâini, trei pâini, cinci lei, numere care formează secvența fibonaciană, 1, 1, 2, 3, 5.

Muzica:

Arpegiul – care stă la baza construirii armoniei, este constituit din treptele 1,3,5,8 ale gamei. Gama însăși are 8 trepte (toate - numere din șirul lui Fibonacci). De asemenea, există câte 8 game majore și minore cu diezi și cu bemoli . Explicația nu este neapărat aceea că 1, 3, 5 și 8 sunt în șirul lui Fibonacci cât aceea că raportul între 3 și 5 și între 5 și 8 este Φ .

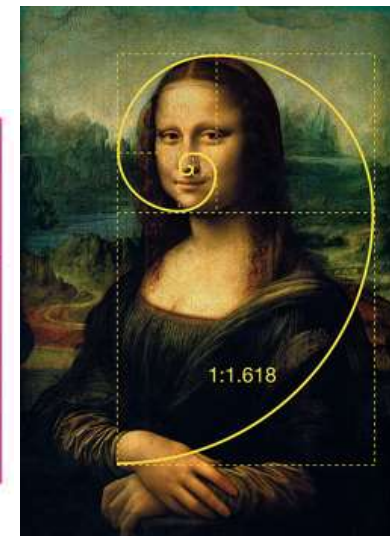
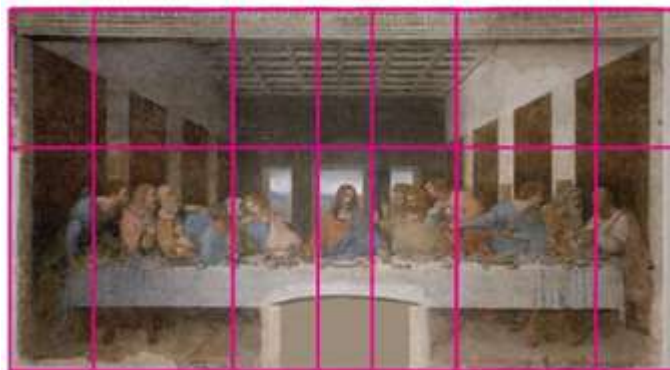
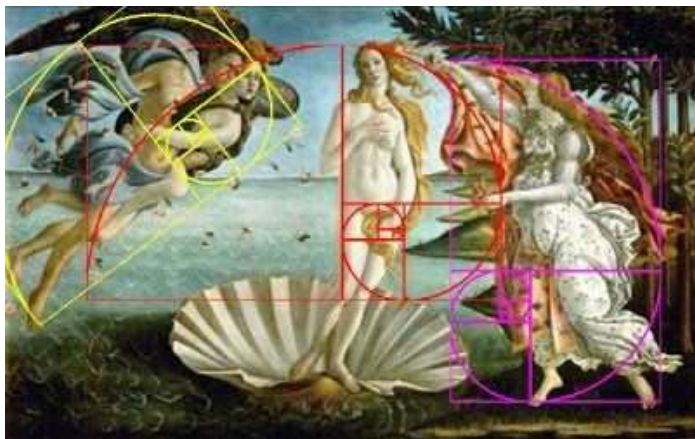
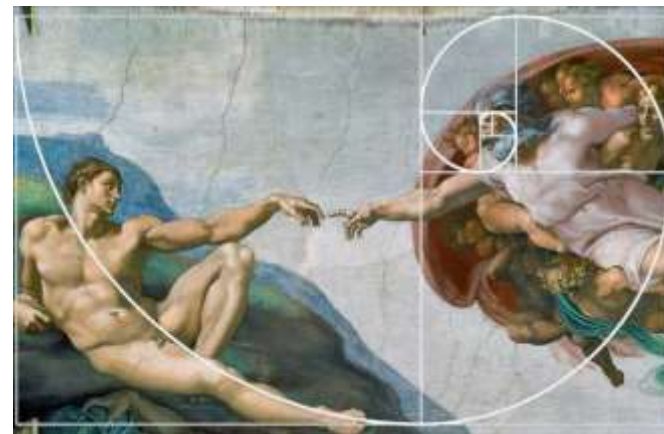
ȘIRUL LUI FIBONACCI ȘI ARTA

Pictura:

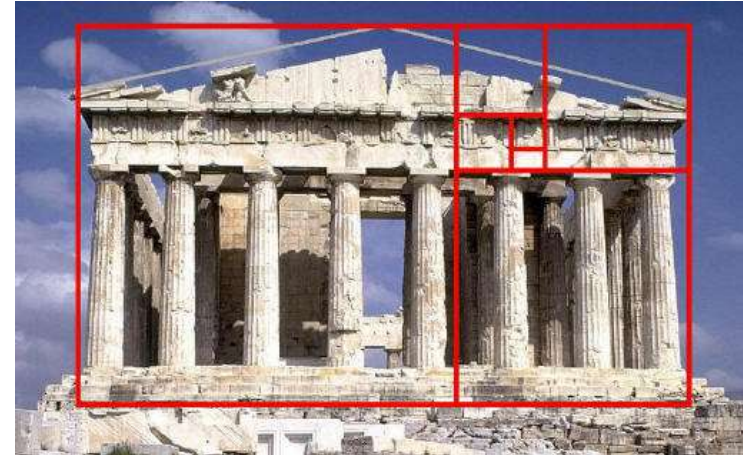
Leonardo Da Vinci, la fel ca mulți alți artiști din trecut, a folosit adesea Golden Ratio pentru a crea compoziții plăcute.

În “Cina cea de Taină”, figurile sunt situate în cele două treimi inferioare (cea mai mare dintre cele două părți ale raportului de aur), iar Iisus este perfect schițat între dreptunghiurile aurii.

Alte picturi: “Mona Lisa” de Leonardo da Vinci, “Nașterea lui Venus” de Sandro Botticelli, “Crearea lui Adam” de Michelangelo etc. Chipul Mona Lisei este considerat a fi ideal, fapt datorat raportului de aur.



ȘIRUL LUI FIBONACCI ȘI ARHITECTURA



ȘIRUL LUI FIBONACCI ȘI LOGO-URILE

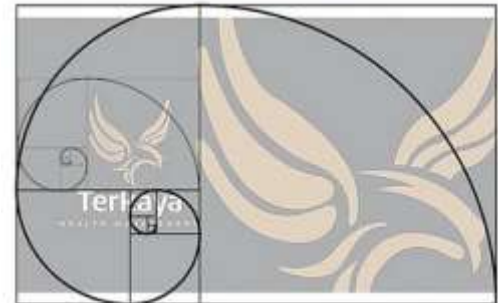
- Studioul de design Moodley a dezvoltat o identitate corporativă pentru Bregenz Performing Arts Festival. Când designerii au lucrat la afișul evenimentului, au folosit cu siguranță regula raportului auriu pentru a determina corect dimensiunea și locația tuturor elementelor și, ca rezultat, pentru a obține compoziția perfectă.(1)
- Lemon Graphic, care a creat identitatea vizuală pentru Terkaya Wealth Management, a folosit, de asemenea, un raport 1: 1.618 și o spirală aurie. Cele trei elemente de design ale cărții de vizită se încadrează perfect în contur, rezultând că toate piesele se potrivesc foarte bine.(2)
- Proporția divină poate fi aplicată oricărei forme geometrice, inclusiv cercurilor. Dacă înscriem un cerc în pătrate, raportul dintre care este 1: 1.618, atunci obținem cercuri aurii. Drept exemplu poate servi sigla Pepsi. Este clar atât raportul, cât și modul în care a fost obținut arcul neted al elementului logo alb.(3)
- Sigla Twitter este puțin mai complicată, dar aici designul său se bazează pe utilizarea cercurilor aurii. Nu se potrivește puțin regulii „proporției divine”, dar în mare parte toate elementele sale se încadrează în schemă.(4)

ŞIRUL LUI FIBONACCI ŞI LOGO-URILE

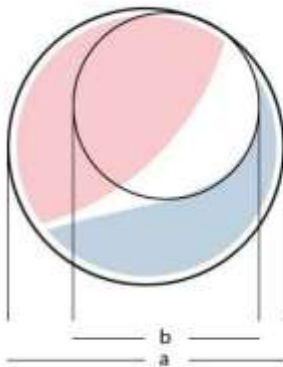
1



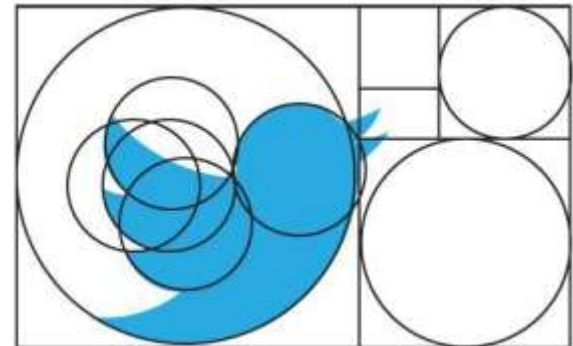
2



3

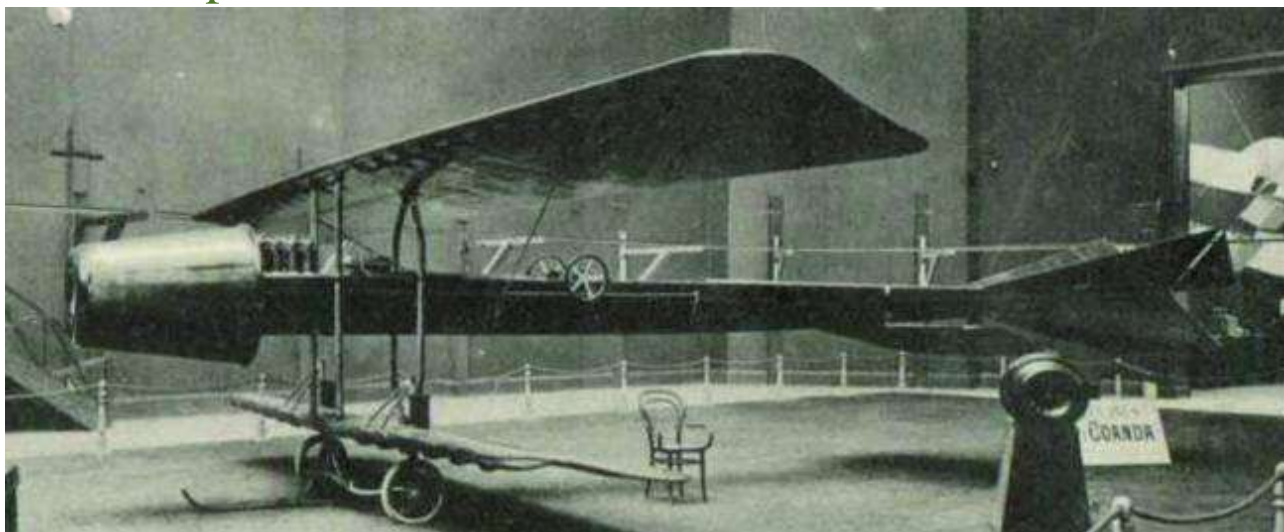


4



ȘIRUL LUI FIBONACCI ȘI TEHNICA

Savantul român Henri Coandă a "ascuns" numărul de aur 1,61803 în proiectul avionului cu reacție. Specialiștii Asociației Henri Coandă, care aveau sarcina să preleveze cote de pe imaginile primului avion cu reacție fotografiat la Salonul de Aeronautică de la Paris, din 1910, au observat că, la construcția formei profilului de aripă (secțiunea transversală) au fost folosite de Coandă mai multe forme eliptice. Nu mică le-a fost mirarea, când au constatat ca raportul dintre raza mare și raza mică a elipsei este chiar Numărul de Aur.



*Mulțumesc
pentru atenție!*