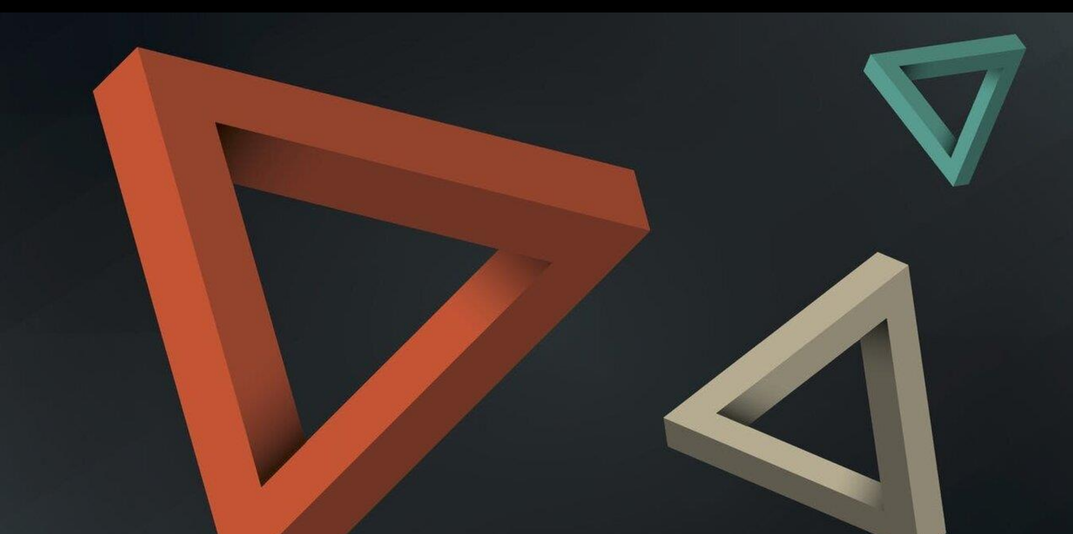
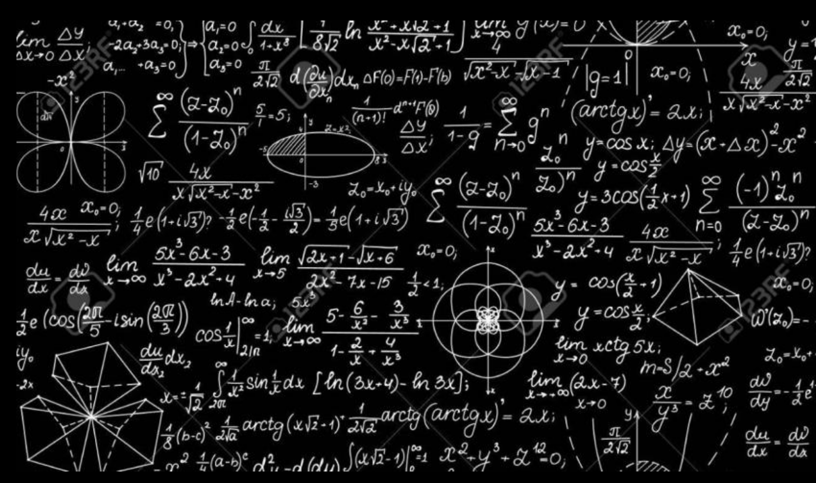
Simetria față de un punct. Proprietăți

Renchez Daniela
clasa XI-a”B”

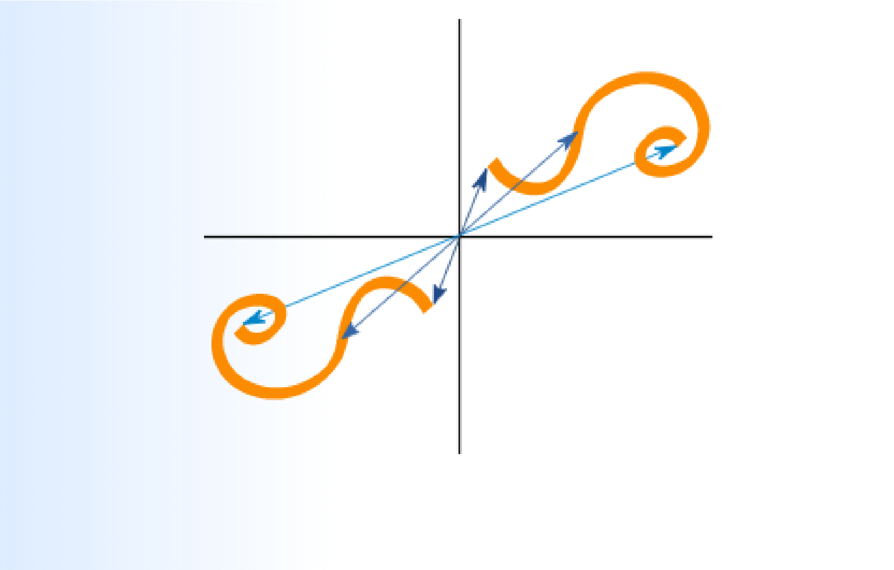




De ce avem nevoie de simetrie în viață?

În procesul de evoluție s-a format simetria organismelor vii .Primele organisme care au apărut în ocean aveau formă sferică ideală .Pentru a se infiltra într-un mediu diferit ,au trebuit să se adapteze la noile condiții.Una dintre căile de adaptare este simetria în natură la nivelul formelor fizice .Aranjamentul simetric al părților corpului asigură echilibrul în timpul mișcării ,vitalității și adaptării .Formele externe ale omuui și ale animalelor mari au un aspect destul de simetric .Și în lumea plantelor există simetrie .De exemplu ,forma conică a coroanei de molid are o axă simetrică .Simetria exterioară a animalelor îi ajută să mențină echilibrul în timpul mișcării ,să se îmbogățească cu energie din mediul înconjurator ,să o utilizeze rațional .

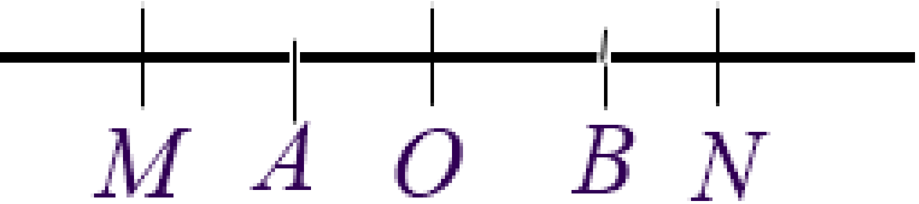
- Simetria punctelor este atunci când fiecare parte are o parte potrivită:
- **aceeași distanță** de la punctul central
- dar în **direcția opusă.**



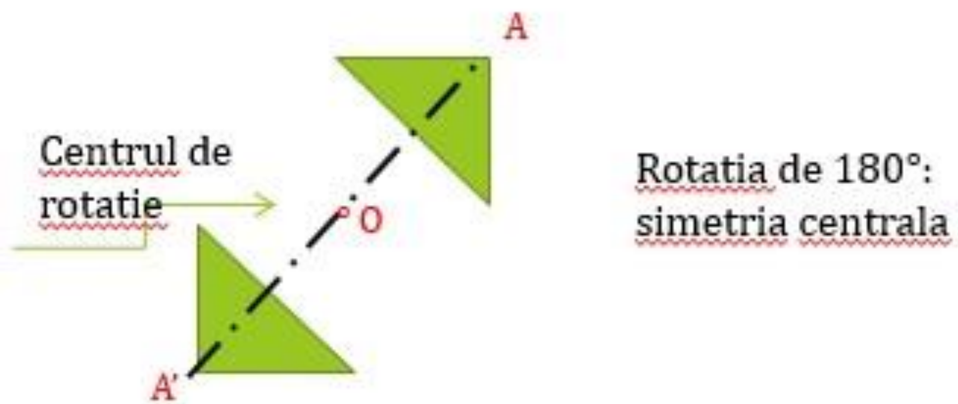
Simetria punctelor se numește uneori simetria **originii,** deoarece „originea” este punctul central în jurul căruia forma este simetrică.

Proprietăţi ale simetriei centrale:

- 1)Simetria centrala este o relatie comutativa:
- daca M N atunci N M citim M este simetricul lui N fata de centul O si reciproc
- 2) Simetricul unui punct fata de el însusi este el însusi M M
- 3)Pentru orice punct A [MN] simetricul sau fata de O - mijlocul segmentului -se gaseste tot pe segmentul [MN] A B

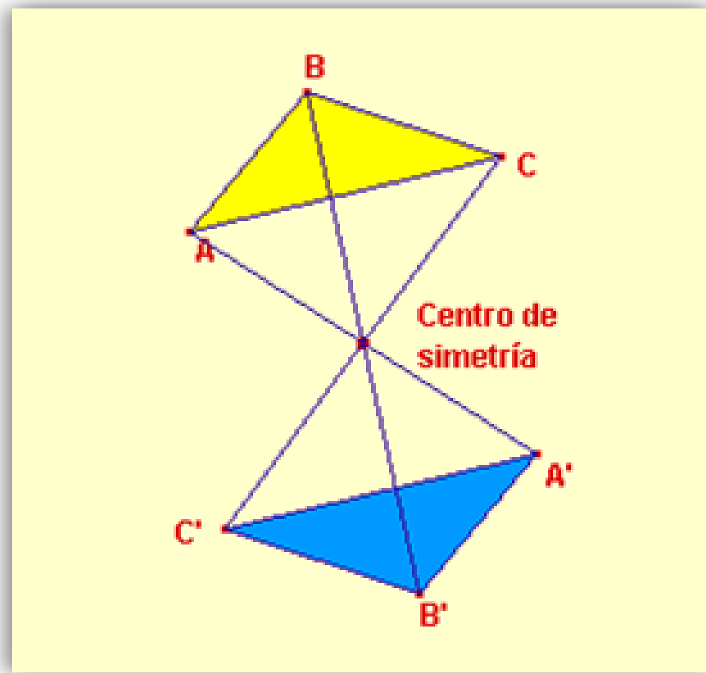


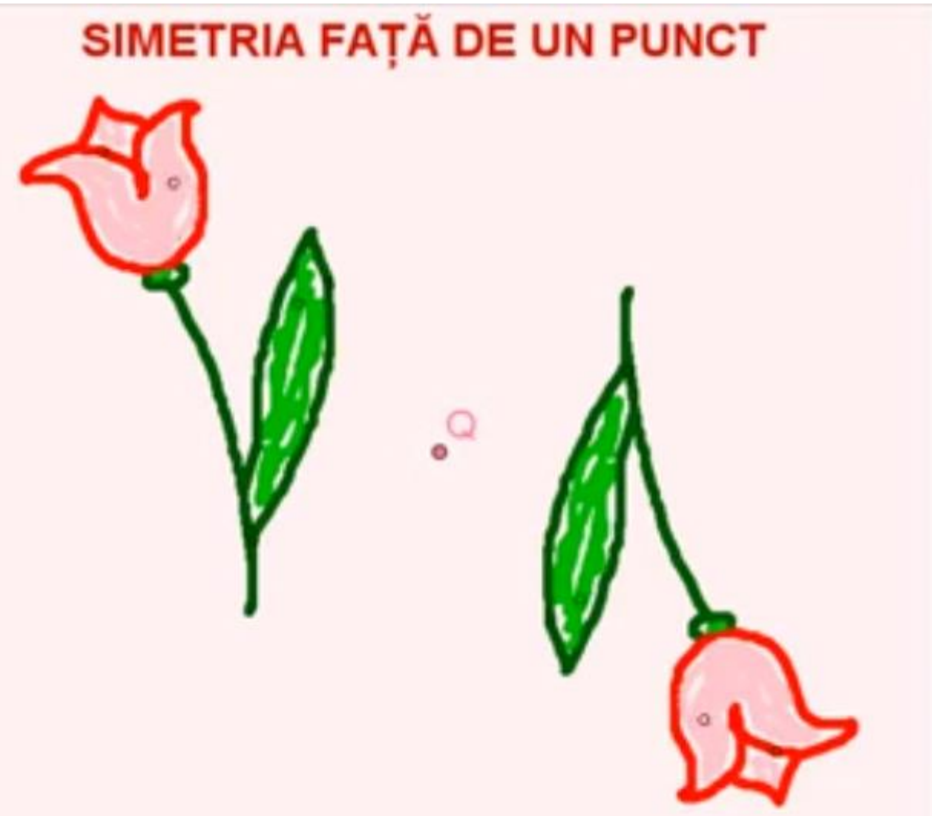
- Centru de simetrie este insusi centrul de rotatie
- Centrul de simetrie trebuie sa fie întotdeauna punctul de mijloc al segmentului determinat de puncte omoloage.



Caracteristici

Simetria centrala, în geometrie, este o transformare în care fiecare punct este asociat la un alt punct, care trebuie si îndeplineasca urmatoarele conditii:
a) Punctul si imaginea sa fie echidistante fata de un punct numit centrul de simetrie.
b) Punctul, imaginea si centrul de simetrie sa apartina aceeasi linie.
Potrivit acestor definitii, o simetrie centrala cu aceeasi figura se obtine cu o rotatie de 180 de grade.

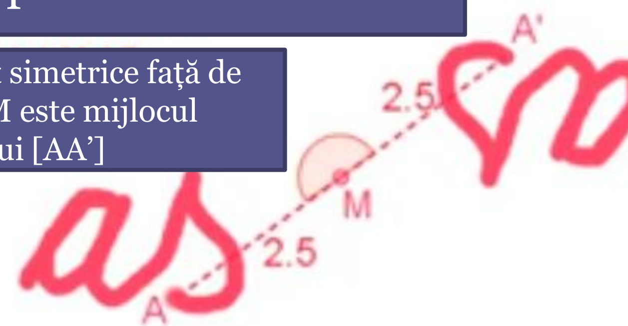




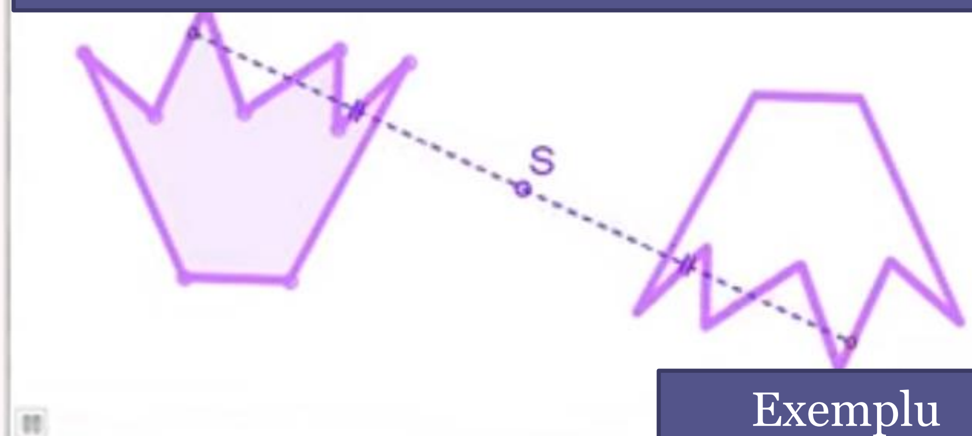
Desen bazat pe simetria față de punctul Q

Două puncte simetrice față de un punct

Punctele A si A’ sunt simetrice față de ounctul M dacă M este mijlocul segmentului [AA’]



Figuri geometrice (poligoane) simetrice față de un punct



Exemplu

- ***Definitia 1:*** *Fiind dat un punct fix* ***O*** *in plan (vezi Figura 1), doua puncte* ***A*** *si* ***B*** *se zice ca sunt simetrice fata de punctul* ***O****, daca punctul* ***O*** *este mijlocul segmentului* ***[AB]****, adica:*
- ***OA=OB***
- Punctul fix *O* se numeste *centru de simetrie*. Din cele spuse mai sus rezulta ca, pentru a construi simetricul unui punct *A*, cand cunoastem centru de simetrie *O*, se uneste *A* cu *O* si pe prelungirea *[AO]* luam segmentul *[OB]*, congruent cu segmentul *[OA]*.
- Simetrica unei figuri F faţă de un punct O este mulţimea F1, formată din simetricele tuturor punctelor figurii F faţă de punctul O. Figurile geometrice F şi F1 se numesc simetrice faţă de punctul O.

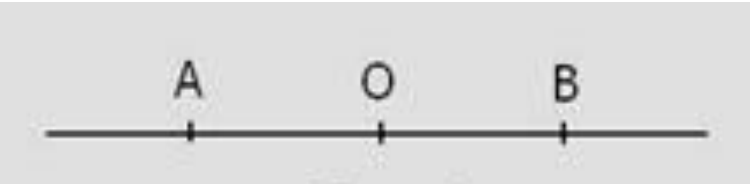


Figura 1

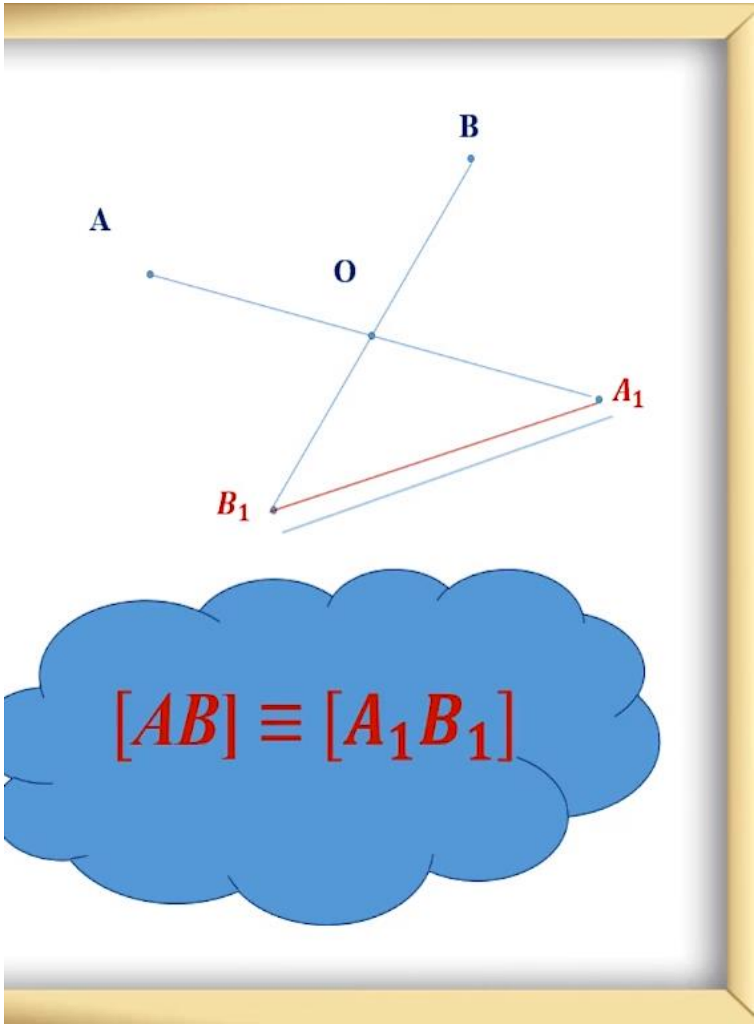
Teorema 1

Două figuri geometrice simetrice faţă de un punct sunt congruente.

Definiţie. Dacă o figură geometrică F coincide cu simetrica ei faţă de un punct O,atunci punctul O se numeşte centru de simetrie al figurii F, iar figura F se numeşte central simetrică.

Teorema 2

Centrul cercului este centrul lui de simetrie.

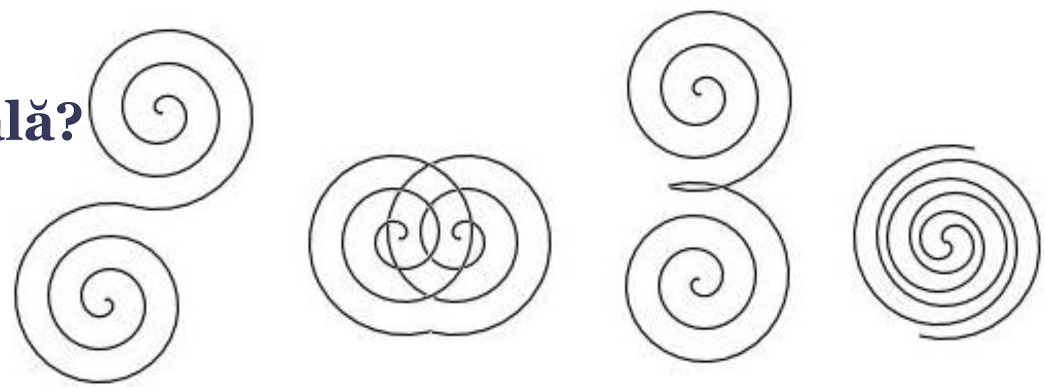


Cum să verificați dacă o formă are simetrie față de un punct:

- O modalitate de a verifica dacă o figură are simetrie față de un punct ar fi să o întoarceți cu susul în jos. Dacă figura arată la fel ca originalul, atunci are simetrie cu privire la un punct.
- Cu toate acestea, putem folosi următoarele două condiții pentru a verifica dacă o formă are simetrie față de un punct.
- (i) Fiecare parte a formei date trebuie să aibă o parte potrivită trebuie să fie la aceeași distanță de punctul central
- (ii) Partea formei și partea potrivită trebuie să fie în direcția opusă.
- **Notă :**Simetria despre un punct se numește uneori simetrie de origine, deoarece „originea” este punctul central despre care forma este simetrică.

Ce forme au simetrie punctuală?

- Toate
- NumaiA
- Numai A si D
- Numai D



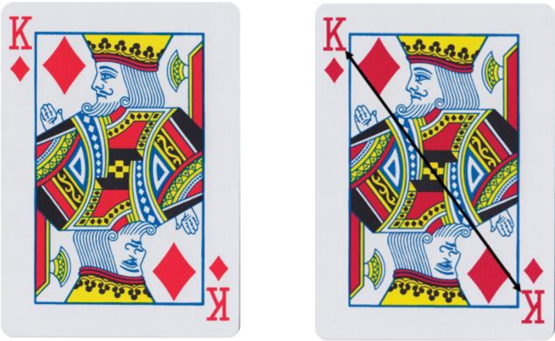
A B C D

Opțiunea corectă este: Numai A și D

Pentru simetria punctelor, fiecare parte trebuie să aibă o parte potrivită: aceeași distanță față de punctul central, dar în direcția opusă. Numai formele A și D au acest lucru.

- **Problema 1:**

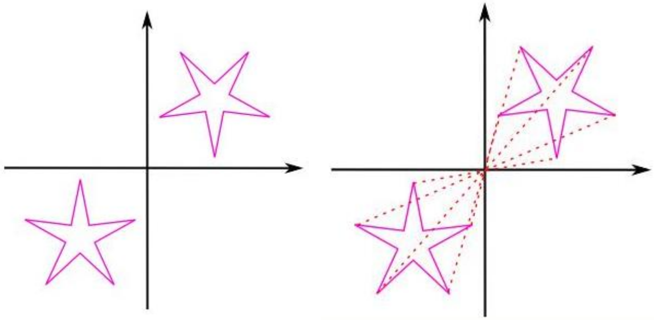
Afirmați dacă cartea de joc are simetrie despre un punct.



Soluție:

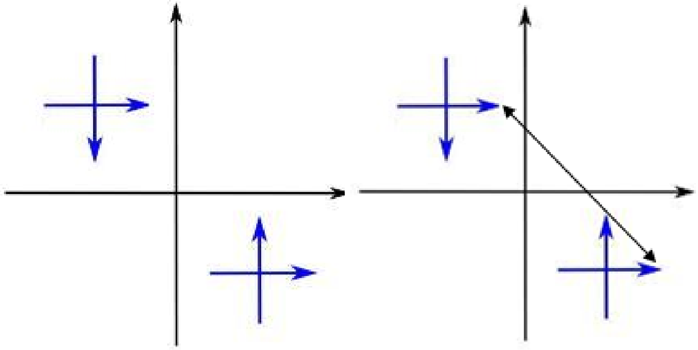
- **Da**,în cartea de joc , avem
- (i) Fiecare parte a cărții are o parte potrivită sunt la aceeași distanță de punctul central   .
  (ii) Partea cărții de joc și partea potrivită a acesteia sunt în direcția opusă.

Problema 2:



- Spuneți dacă forma dată are simetrie în jurul unui punct.
- **Soluție:**
- **Da**,în forma dată , avem
- (i) Fiecare parte a formei are o parte potrivită sunt la aceeași distanță de punctul central   .
  (ii) Partea formei și partea potrivită a acesteia sunt în direcția opusă.

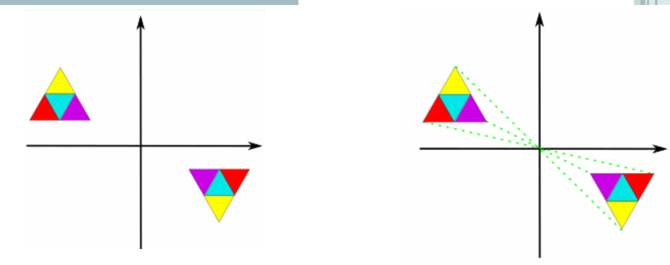
Problema 3:



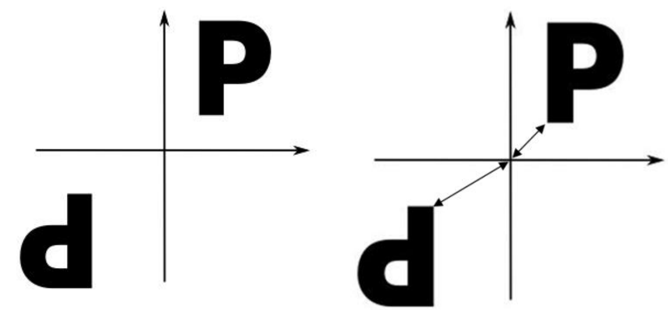
- Spuneți dacă forma dată are simetrie în jurul unui punct.
  Soluție:
- **Nu** ,forma dată nu îndeplinește a doua condiție de punct de simetrie.
- Acesta este, partea formei și partea potrivită nu sunt
  în direcția opusă.
- Sunt în aceeași direcție.

Problema 4:

- Spuneți dacă forma dată are simetrie în jurul unui punct.
  Soluție:
- **Da**,În forma dată , avem
- (i) Fiecare parte a formei are o parte potrivită sunt la aceeași distanță de punctul central .
  (ii) Partea formei și partea potrivită a acesteia sunt în direcția opusă.

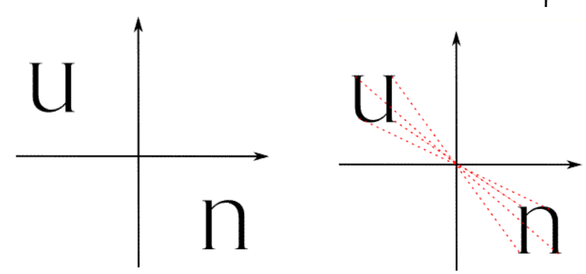


- **Problema 5:**
- Spuneți dacă forma dată are simetrie în jurul unui punct.
  Soluție:
- **Nu** ,Forma dată nu îndeplinește prima condiție de punct de simetrie.
- Acesta este, partea formei și partea potrivită nu sunt la aceeași distanță de punctul central .

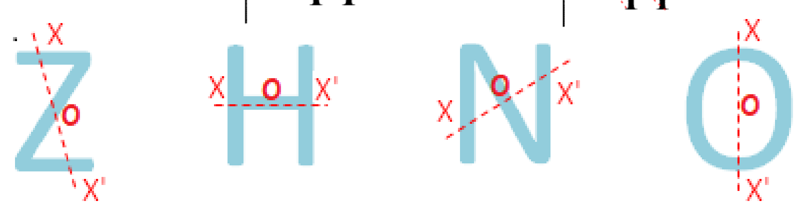


- **Problema 6:**
- Spuneți dacă forma dată are simetrie în jurul unui punct.
- **Soluție:**
- **Da**,în forma dată mai sus, avem
- (i) Fiecare parte a formei are o parte potrivită sunt la aceeași distanță de punctul central .
  (ii) Partea formei și partea potrivită a acesteia sunt în direcția opusă.

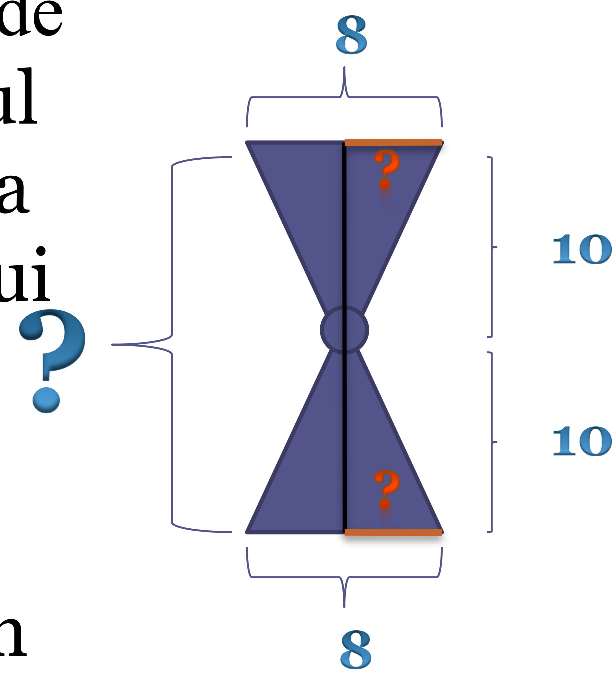
- **Problema 7:**
- Spuneți dacă forma dată are simetrie în jurul unui punct.
- **Soluție:**
- **Da**,în forma dată , avem
- (i) Fiecare parte a formei are o parte potrivită sunt la aceeași distanță de punctul central .
  (ii) Partea formei și partea potrivită a acesteia sunt în direcția opusă.



- **Problema 8:**
- Indicați câteva alfabete englezești care prezintă simetrie în jurul unui punct.
- **Soluție:**
- Alfabetele englezești Z, H, N și O prezintă simetrie punctuală.



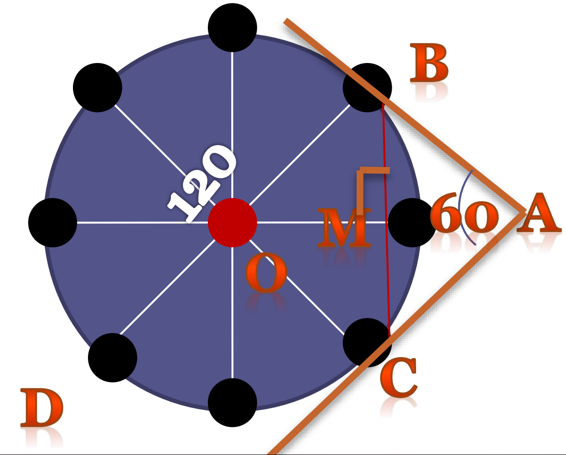
O clepsidră este formată din două conuri de sticlă conectate la vârfurile lor. Diametrul fiecărui con este de 8 cm ,iar înălțimea de 10 cm .Cu cit va fi egala raza fiecărui con si ce înălțime va avea clepsidra?



Se dă:	Rezolvare:
$d_1=d_2=8cm$	$d=2r$
$h_1=h_2=10cm$	$2r=8 \Leftrightarrow r=8/2 \Leftrightarrow r=4cm$
r_1-?	$r_1=r_2=4cm$
r_2-?	$H=h_1+h_2$
H-?	$H=10+10 \Leftrightarrow H=20cm$

Răspuns: $r_1=4, r_2=4cm, H=20cm$

Roata din Londra, cunoscută sub numele de "Ochiul Londrei" are mai multe capsule .Care va fi distanta de la o capsula la alta daca se stie ca unghiul format este de 60 ◦ ,iar diametrul rotii masoara 120 de metri.Dar care va fi aria rotii?



Se da:

d=BD=120m

BC-?

A ● -?

Rezolvare:

BD=2r;BO=OD

BO=BD/2=120/2=60m

AB,AC-tangente cercului C(O,r)

=> AB_|_OB * => AC_|_OC *

si AB=AC => ΔABC-isoscel

cum m(∡A)=60°

=> ΔABC-echilateral

=>m(∡CBA)=m(∡BCA)=60°

din * => m(∡OBA)=m(∡OCA)=90°

=> m(∡OBC)=m(∡OCB)=90-60=30°

in ΔCOB-isoscel cu OB=OC=60 m

fie OM-inaltime,mediana,bisectoare

OM=x

m(∡OBM)=30 ◦ m(∡OMB)=90◦

(30◦,60◦,90◦) => OM=OB/2=30 m (=> x=30)

din T.Pitagora in ΔOBM => BM=30√3

BC=2BM => **BC=60√3 m=103,92305m**

A● =πr²=3600π

Raspuns : **BC=60√3 m=103,92305m;**

A ● =3600π.

Ce lungime are podul dacă se știe că podul formează cu centrul șoselei un triunghi isoscel .Distanța de la centrul drumului până la pod este de 20 m ,iar până la început de 30m .Este oare podul simetric ?

Se da:

ABO-triunghi isoscel

OM=20m

OB=OA=30m

AB-?

simetric-?

Rezolvare:

În $\triangle$OMB aplicam teorema lui Pitagora

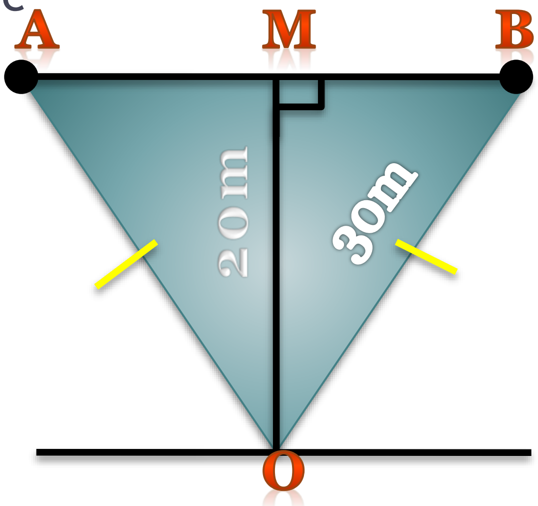
$MB^2 = OB^2 - OM^2; MB = \sqrt{900-400}$

$MB = 10\sqrt{5}$m

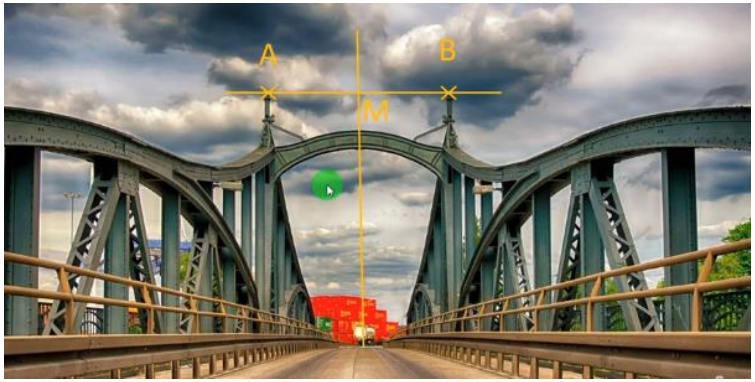
$AB = MB*2; AB = 10\sqrt{5}*2 = 20\sqrt{5}m=44,72$m

Deoarece este un triunghi isoscel și laturile sunt egale OA=OB atunci AM=MB;ambele părți ale podului se află la o distanță egală de centrul drumului și sunt egale cu $10\sqrt{5}$m,respectiv podul este simetric

Răspuns:AB=$20\sqrt{5}$m.



Podul este simetric, asa, l-a conceput arhitectul care l-a facut. De exemplu aici avem doua puncte, cele mai inalte puncte ale podului: punctul A si punctul B. Prin oricare doua puncte putem trece o dreapta, adica oricand gasim o dreapta sa treaca prin doua puncte.Observati ca pe aceasta dreapta s-a format un segment AB. Gasim mijlocul acestui segment si mijlocul soselei si mai tragem o dreapta. Putem observa este ca punctul A si punctul B sunt egal distantate, sunt la egala distanta de acest punct din mijloc, pe care il numim M. Arhitectul care a proiectat acest pod intentionat l-a facut simetric, pentru ca simetria este placuta ochiului.



Mulțumesc pentru atenție!