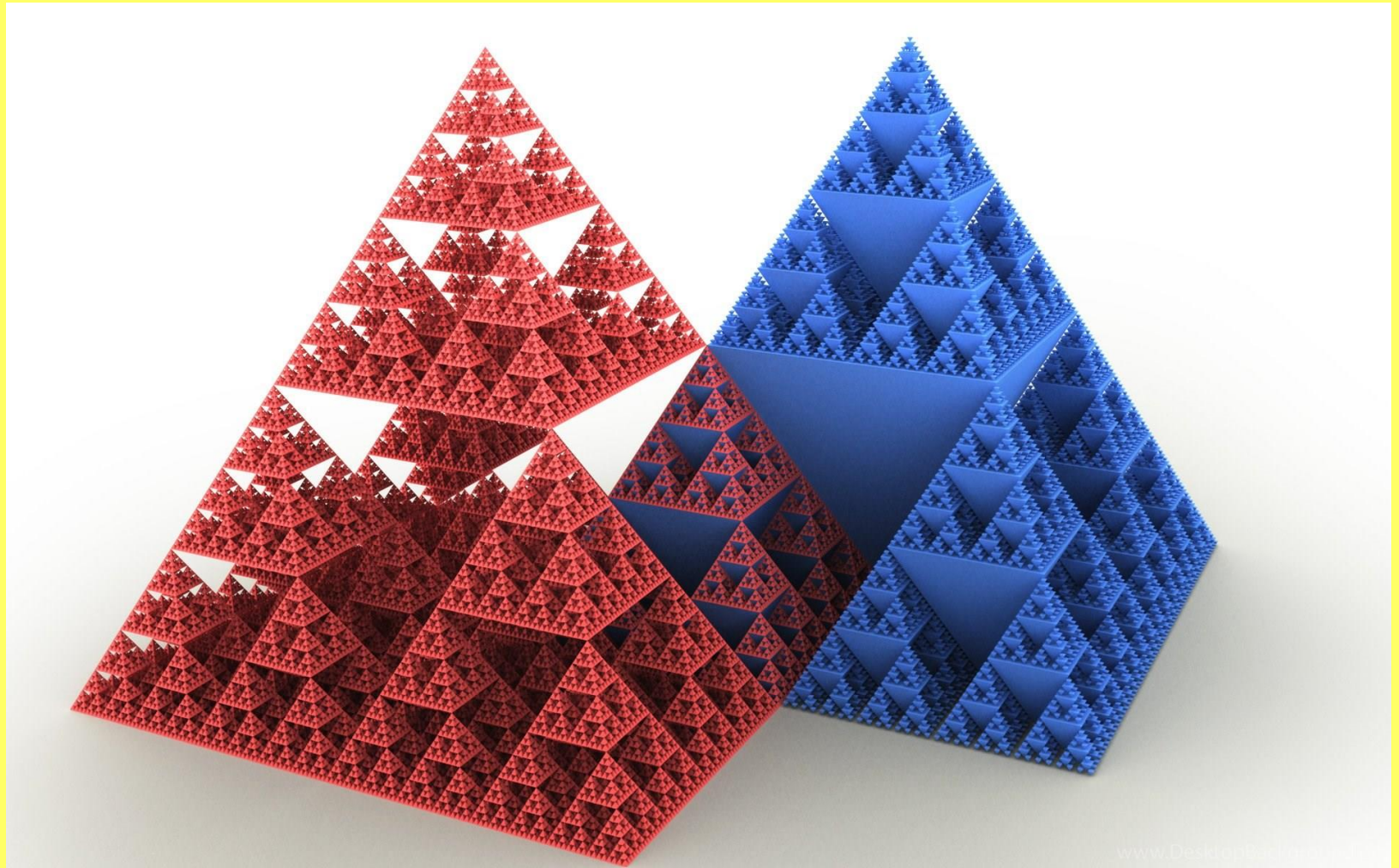


Probleme: Piramida, Trunchiul de piramidă



A elaborat :
Renchez Daniela
clasa a XII-a „B”

Rareș taie o bucată de cașcaval în formă de piramidă. Fiind curios să afle care este aria bucății, folosește o riglă și află că muchiile acestuia sunt toate egale cu 12 cm și laturile bazei, trei, sunt egale cu 6 cm. Rareș trasează, imaginar, înălțimea din vârful piramidei pe una din muchiile bazei.

- După toate constatările lui Rareș, puteți spune ce fel de piramidă este bucata sa de cașcaval?
- Ce arie are bucata de cașcaval mănâncată de acesta?



Se dă:

CA=AB=BC=6cm
CV=AV=BV=12cm
ABC-triunghi

At=?

Rezolvare:

Luând în considerare faptul că bucata de cașcaval are muchiile egale între ele, putem spune că este piramidă regulată. Apoi, Rareș constată că laturile bazei, în număr de 3, sunt egale între ele, ceea ce înseamnă că este o piramidă triunghiulară. Punând cap la cap toate informațiile, concluzionăm că bucata de cașcaval a lui Rareș este tăiată în formă de piramidă triunghiulară regulată.

- Aflăm aria bucății de cașcaval consumată de Rareș.

At = Al + Ab, unde a – latura bazei
 $Ab = a^2 \sqrt{3} / 4 \Rightarrow Ab = 36 \sqrt{3} / 4; Ab = 9\sqrt{3} \text{ cm}^2$

Al = $\frac{1}{2} Pb * ap$, unde ap este apotema piramidei

Pb = 3a, unde a este latura bazei Pb = 3*6;

Pb = 18 cm

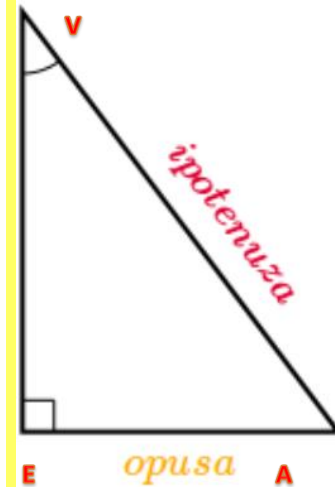
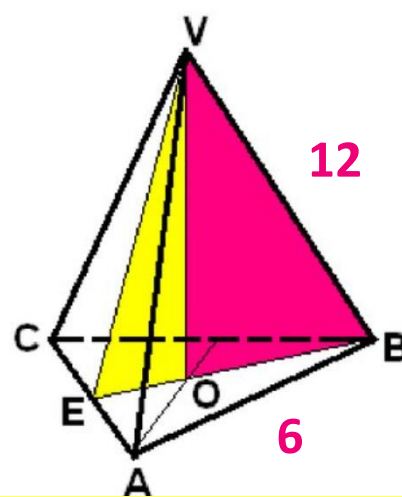
▲ VEA, m(VEA) = 90° (teorema lui Pitagora)

$VA^2 = EA^2 + EV^2; VE^2 = VA^2 - EA^2$

$VE = \sqrt{144 - 9}; VE = \sqrt{135} \Rightarrow VE = 3\sqrt{15} \text{ cm (ap)}$

Al = $\frac{1}{2} 18 * 3\sqrt{15} \Rightarrow Al = 27\sqrt{15} \text{ cm}^2$

At = $9\sqrt{3} + 27\sqrt{15} \Rightarrow At = 120 \text{ cm}^2$



Răspuns: piramidă triunghiulară; At=120 cm².

Ion, arhitect, își proiectează propria casă ca având acoperiș în formă de piramidă patrulateră regulată, corp geometric care îl inspiră deseori. Baza are latura 10m, iar înălțimea piramidei este 5 m.

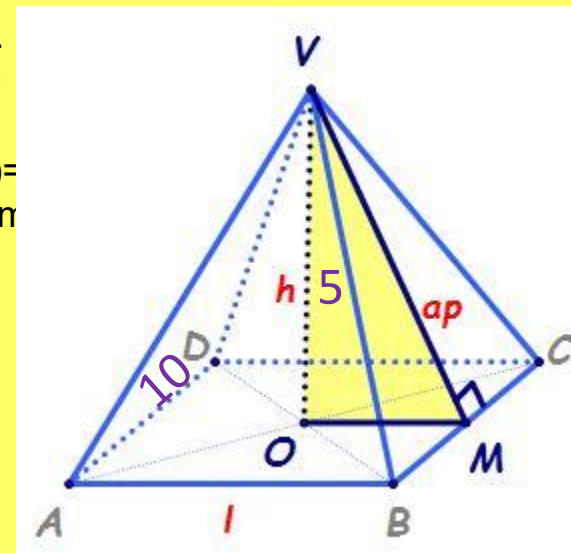
- 1) Câte plăci de tablă trebuie să cumpere Ion, dacă o placă acoperă 3 m² ?
- 2) Câți bani cheltuie Ion pentru a-și face acoperișul viselor, dacă o placă îl costă 5 lei?
- 3) Care este volumul podului lui Ion? Este practic acest acoperiș?

Se dă:

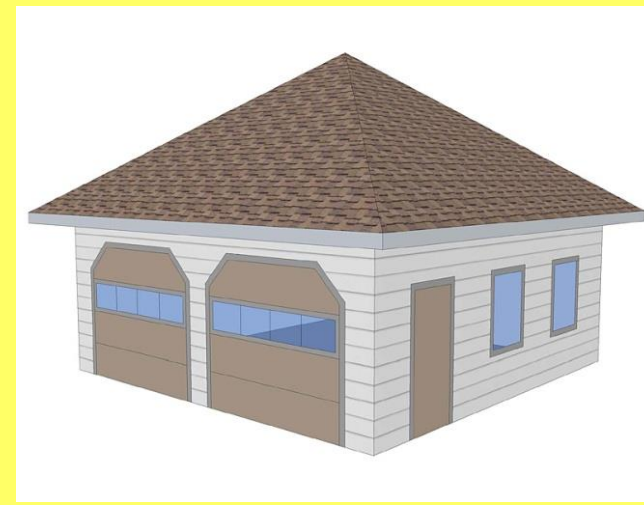
Rezolvare:

ABCD-pătrat
 $AD=DC=CB=BA=10m$
 $h=VO=5m$
 1placă-3m²
 1placă=5lei

1) Pentru a afla câte plăci de tablă trebuie să cumpere Ion trebuie, mai întâi, să aflăm aria porțiunii acoperite cu tablă.
 $A_t = A_l + A_b$, $A_b = l^2 \Rightarrow A_b = 10 \cdot 10 \Rightarrow A_b = 100m^2$; $P_b = 4l = 4 \cdot 10 = 40$
 $A_l = \frac{1}{2} P_b \cdot a_p \Rightarrow A_l = \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot VM$ $VM = ?$,
 $\triangle VOM$ $VO \perp (ABCD)$ $OM \in (ABCD)$ $VO \perp OM \Rightarrow m(\angle VOM) = 90^\circ$
 $VO^2 + OM^2 = VM^2 \Rightarrow 25 + 25 = VM^2 \Rightarrow VM = \sqrt{50} \Rightarrow VM = 5\sqrt{2}m$
 $A_l = 20 \cdot 5\sqrt{2} \Rightarrow A_l = 100\sqrt{2} m^2$ $A_t = 100 + 100\sqrt{2} m^2$
 $A_l \Rightarrow$ aria porțiunii acoperite cu tablă
 $X \Rightarrow$ numărul de plăci de tablă $X = \frac{100\sqrt{2}}{3} \Rightarrow X \sim 47$
 2) $47 \cdot 5 = 235lei$
 3) $V = A_b \cdot h : 3 \Rightarrow V = 100 \cdot 5 : 3 = 167m^3$
 Nu putem afirma că acoperișul lui Ion nu este practic, dar este, în mod evident, mult mai puțin spațios decât un acoperiș normal, în formă de prismă triunghiulară.



Răspuns: 47 plăci de tablă ,235 lei, 167m³.



Fiindca a crescut mare, Mihai vrea sa mute ficusul primit de la bunici intr-un ghiveci mai mare. Ghiveciul este de forma unui trunchi de piramida patrulatera regulata, avand latura bazei mari cu lungimea de 80 cm, latura bazei mici de 40 cm, iar inaltimea de 60 cm. Vom calcula ce volum de pamant ii trebuie lui Mihai pentru a umple noul ghiveci.

Se da :

Rezolvare:

AB=80cm
A'B'=40cm
OO'=60cm

Volumul de pamant necesar pentru a umple ghiveciul este acelasi cu volumul trunchiului de piramida patrulatera regulata cu dimensiunile $l_B=80$ cm, $l_b=40$ cm si $h=60$ cm.

Cum bazele sunt patrate, vom calcula ariile bazelor folosind formula : $A_{\square}=l^2$

Rezulta

$$A_B = l_B^2 = 80^2 \text{ cm}^2 = 6400 \text{ cm}^2 \text{ si } A_b = l_b^2 = 40^2 \text{ cm}^2 = 1600 \text{ cm}^2$$

Inlocuim acum in formula: $V = \frac{h(A_B + A_b + \sqrt{A_B \cdot A_b})}{3}$

Obținem

$$V = \frac{60(6400 + 1600 + \sqrt{6400 \cdot 1600})}{3} = \frac{60(8000 + 80 \cdot 40)}{3}$$

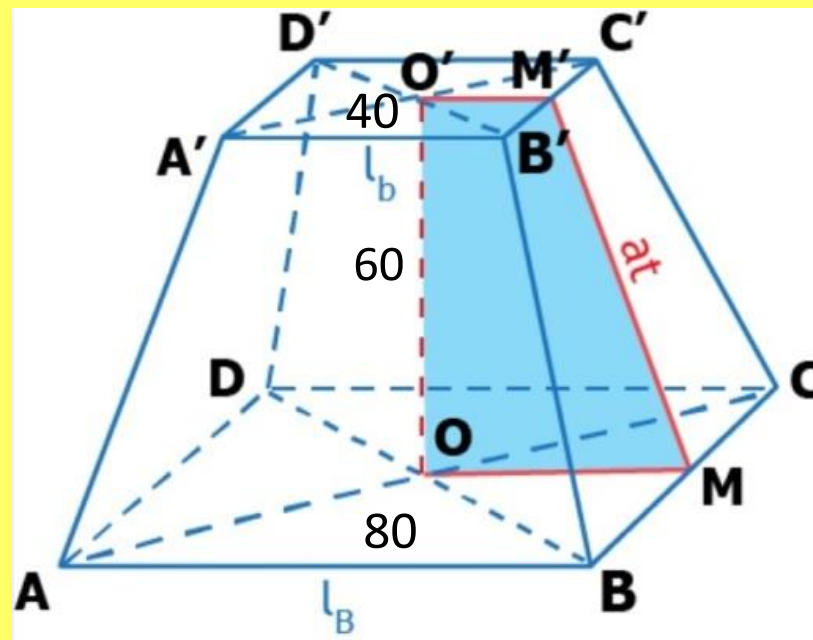
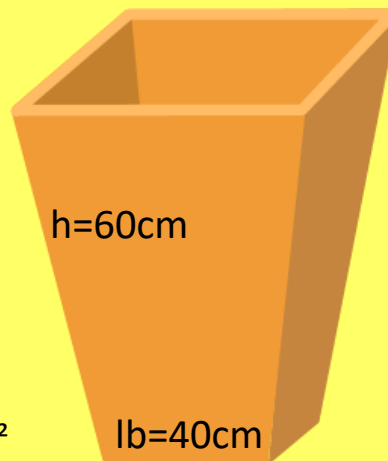
$$V = \frac{60(8000 + 3200)}{3} = 20 \cdot 11200 \text{ cm}^3 = 224000 \text{ cm}^3$$

Transformam volumul in m^3 stiind ca $1 \text{ m}^3 = 1000000 \text{ cm}^3$

In concluzie, Mihai are nevoie de

$$224000 : 1000000 = 0,224 \text{ m}^3 \text{ de pamant.}$$

$l_B = 80 \text{ cm}$



Răspuns: pentru a umple noul ghiveci lui Mihai îi trebuie $0,224 \text{ m}^3$ de pământ.

Vă mulțumesc pentru atenție !



„Matematica este regina stiintelor.”

Johann Carl Friedrich Gauss