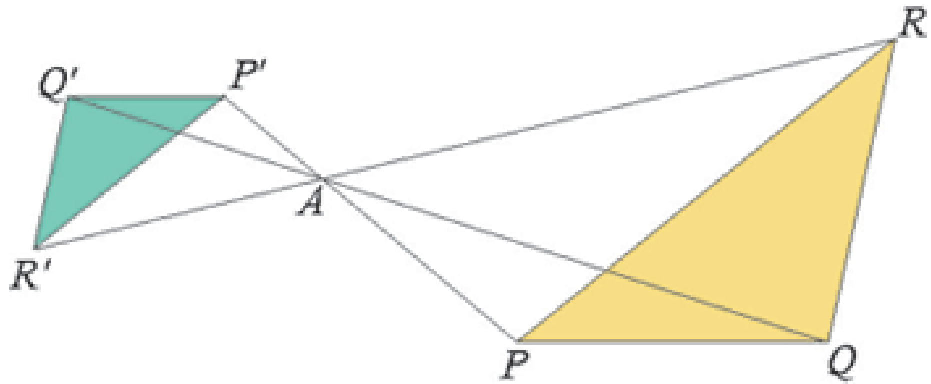
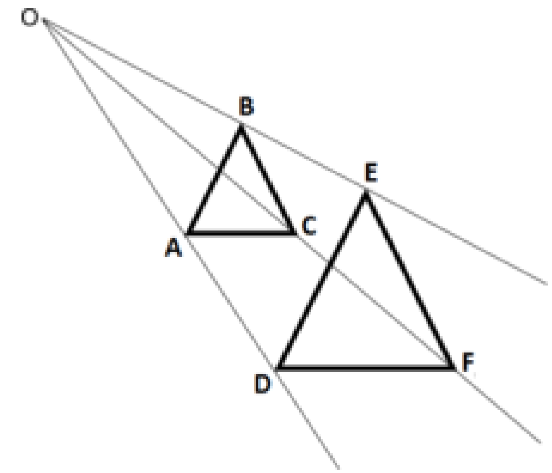




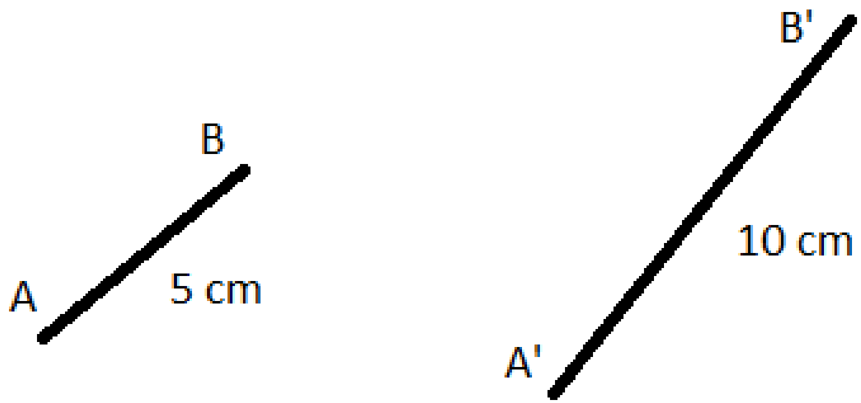
Transformarea de asemanare Omotetia

Cristea Marius

Clasa a XI-a "B"

Definiţie. Fie k un număr real pozitiv. Se numeşte transformare de asemănare de coeficient k (sau asemănare de coeficient k) a spaţiului aplicaţia spaţiului în el însuşi care pentru orice două puncte A, B şi imaginile lor respective A′, B′ satisface condiţia A′B′ = kAB.

Observăm că orice izometrie este o asemănare de coeficient k =1. Din egalitatea A′B′ = kAB rezultă că dacă A ≠ B, atunci A′ ≠ B′, adică asemănarea spaţiului este o aplicaţie bijectivă a spaţiului.



A'B' = kAB
AB = 5 cm, k=2
A'B' = 10 cm

Teoremă.
1) Compunerea a două asemănări de coeficienţi k1 şi k2 este o asemănare de coeficient k1k2.
2) Transformarea inversă asemănării de coeficient k este o asemănare de coeficient 1/k.

Demonstraţie

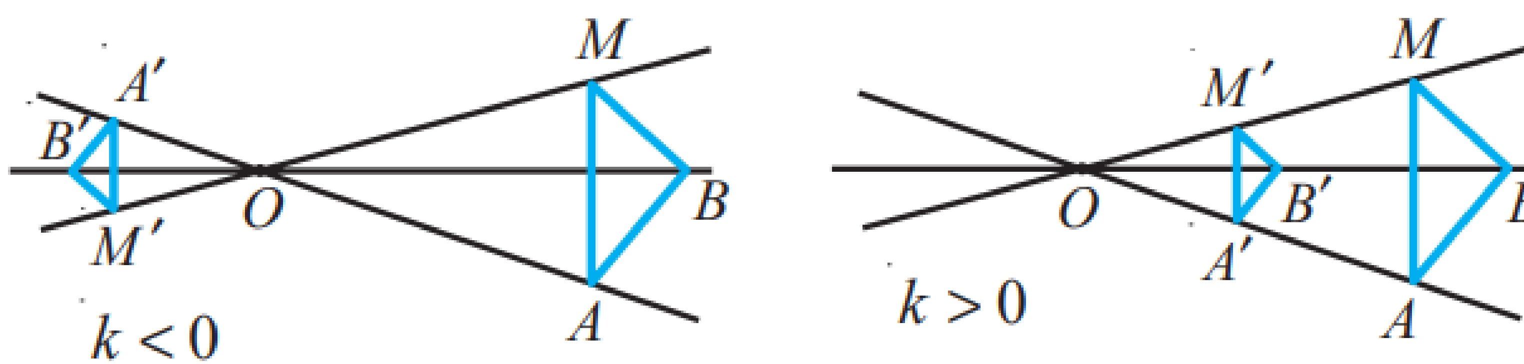
1) Admitem că punctele arbitrare A si B se aplică, prin asemănarea de coeficient k1, pe punctele A′ şi respectiv B′, iar acestea, la rândul lor, prin asemănarea de coeficient k2, se aplică pe A″ si respectiv B″. Atunci A′B′ = k1*AB şi A″B″ = k2*A′B′. De aici obţinem A″B″=k1*k2*AB adică transformarea care aplică punctele A si B respectiv pe A″ si B″ este o asemănare de coeficient k1k2.

2) La asemănarea de coeficient k, pentru punctele arbitrare A şi B ale spaţiului şi pentru imaginile respective A′ şi B′ are loc egalitatea A′B′ = kAB. De aici obţinem că AB = A'B'/k, adică transformarea care aplică punctele A′, B′ pe punctele A şi respectiv B este o asemănare de coeficient 1/k.

Două figuri se numesc asemenea dacă există o transformare de asemănare a spaţiului care aplică una dintre aceste figuri pe cealaltă. Congruenţa figurilor este un caz particular al asemănării (k =1).

Definiţie. Fie O un punct al spaţiului şi k un număr real nenul. Se numeşte **omotetie de centru O şi de coeficient k** aplicaţia spaţiului în el însuşi care satisface condiţiile:

1. Punctul O se aplică pe el însuşi.
2. Dacă M ≠ O şi M ′ este imaginea lui M, atunci punctele O, M şi M ′ sunt coliniare. Punctul O este exterior segmentului MM ′ pentru k > 0 şi interior acestui segment pentru k < 0.
3. Pentru orice punct M al spaţiului şi imaginea sa M ′ are loc egalitatea OM’ = | k | OM.

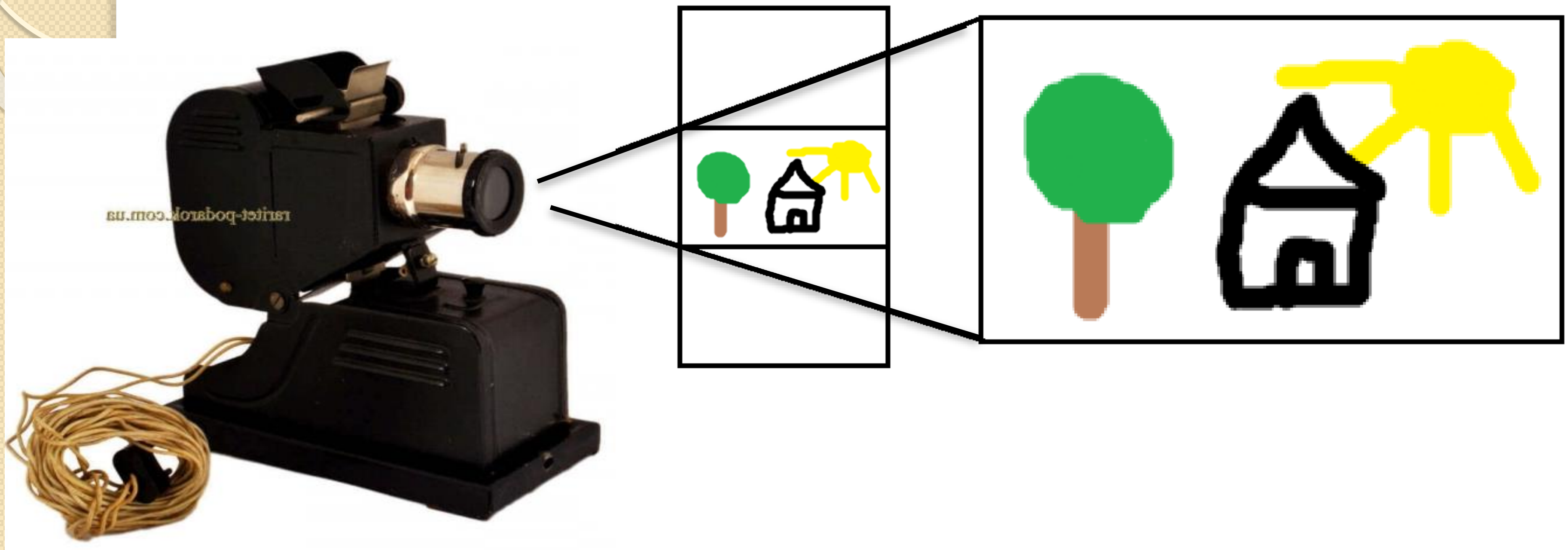


Două figuri se numesc figuri omotetice dacă există o omotetie a spaţiului care aplică una dintre aceste figuri pe cealaltă. Omotetia este un caz particular al asemănării.

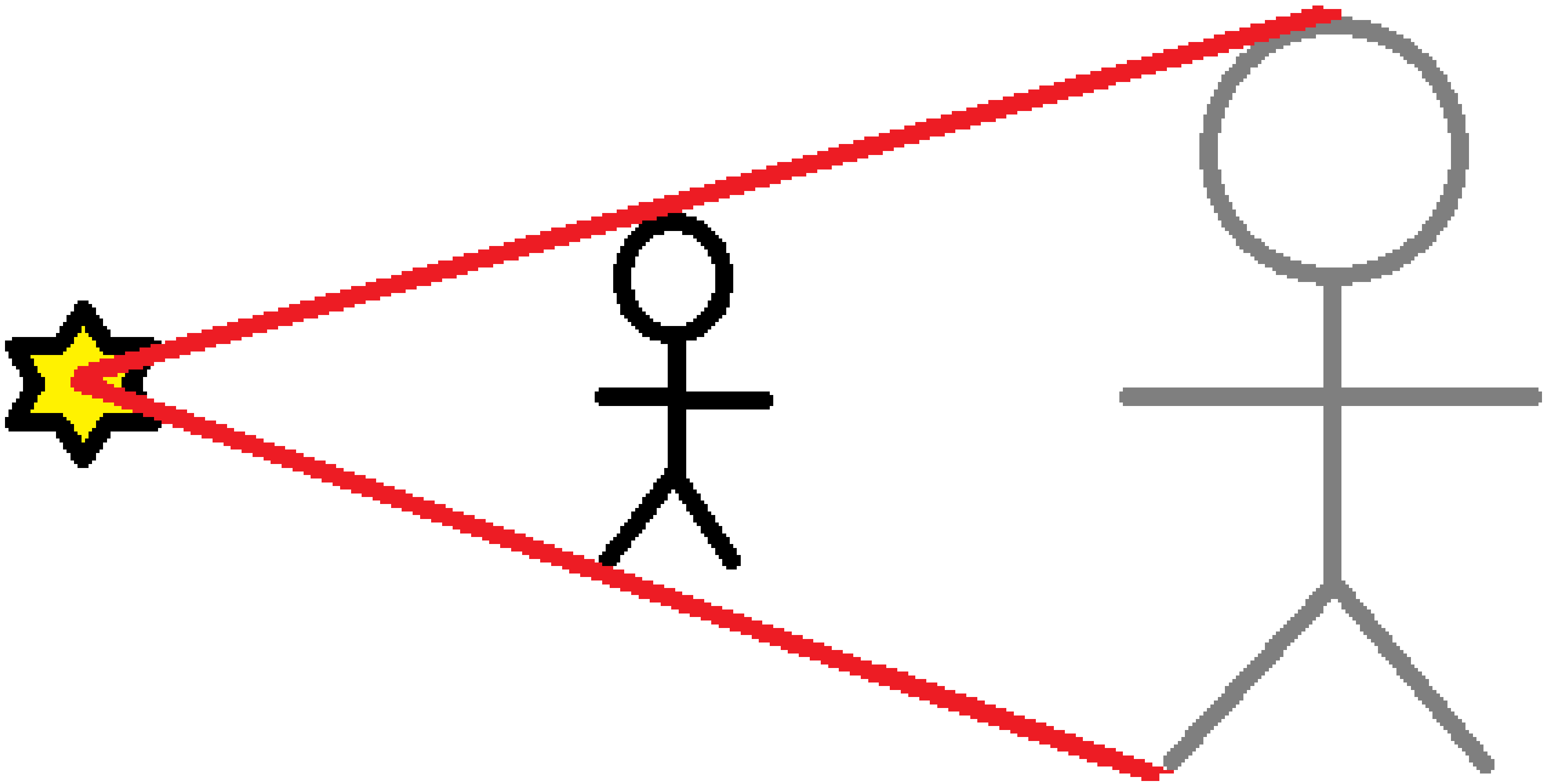
EXEMPLE DE TRANSFORMARI DE ASEMANARE SI OMOTETIE DIN VIATA

Farfuriile – transformare de asemanare

Matrioșka – transformare de asemanare



Filmoscopul – omotetie



Umbra – omotetie

MULTUMESC PENTRU ATENTIE