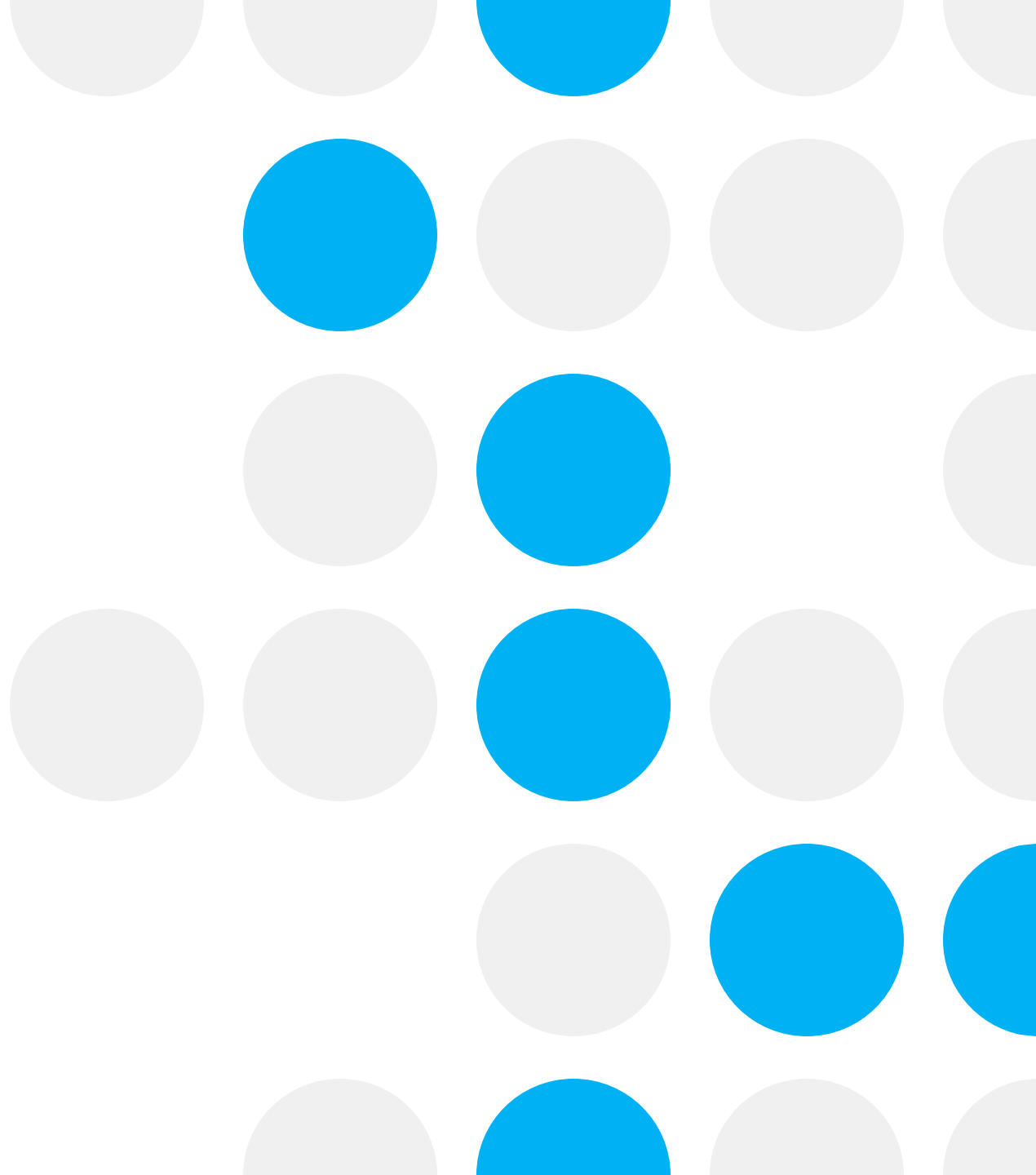


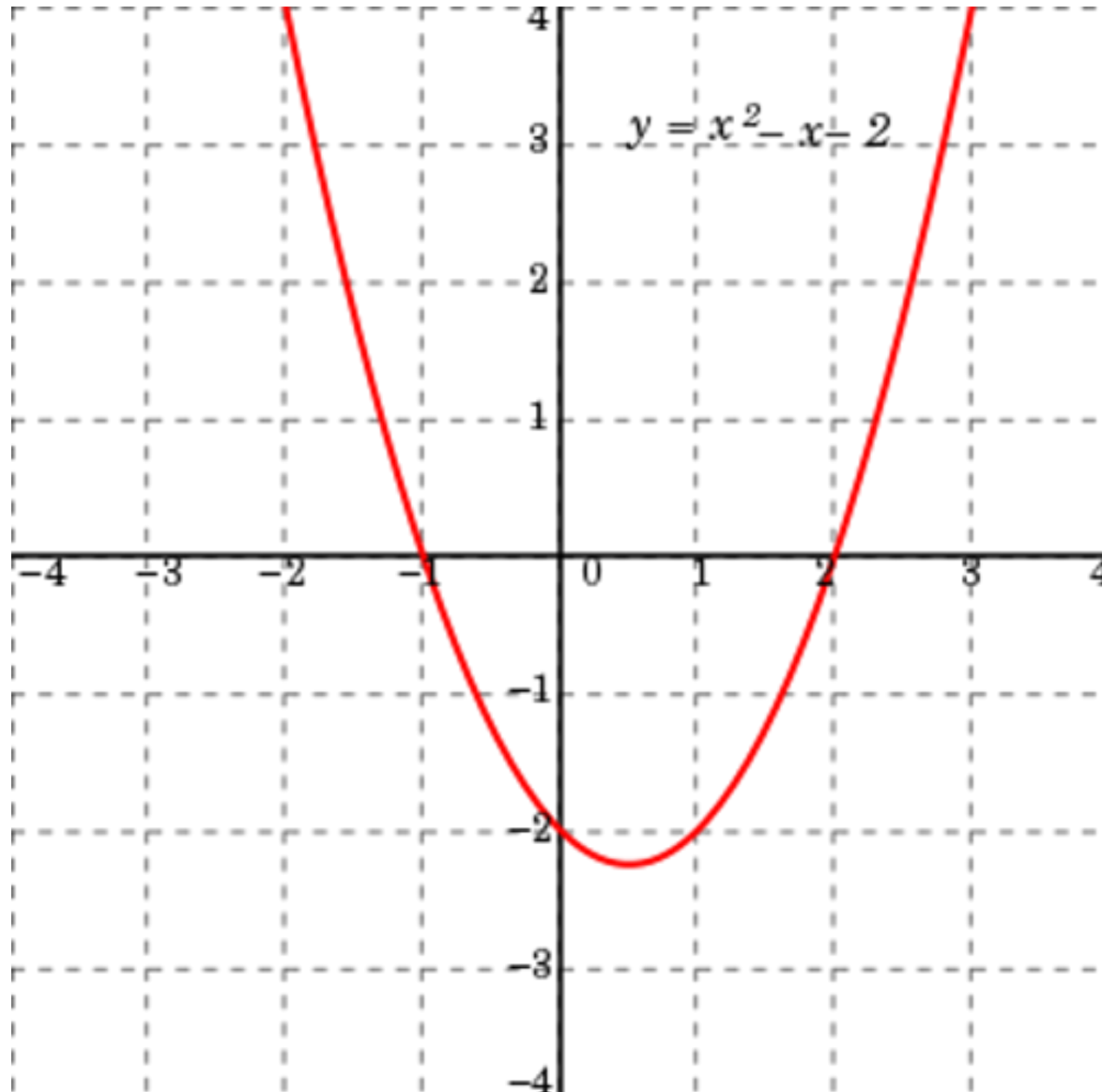
APLICAȚIILE FUNCȚIILOR

DE GRADUL II ÎN VIATA COTIDIANĂ

RUSTAMOVA DANIELA, CLASA A 10 'C'



Funcția de gradul II



O funcție algebrică de gradul al doilea, în matematică, este o funcție polinomială de forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, unde $a \neq 0$. Graficul unei funcții de gradul doi este o parabolă a cărei axă de simetrie este paralelă cu axa Oy . Expresia $ax^2 + bx + c$ din definiția unei funcții pătratice, este un polinom de grad 2 sau funcție polinomială de grad 2, pentru că cel mai mare exponent al variabilei x este 2.



Mingi, săgeți, rachete si pietre...

Când aruncați o minge (sau trageți o săgeată, trageți o rachetă sau aruncați o piatră), aceasta urcă în aer, încetinind pe măsură ce se deplasează, apoi coboară din nou din ce în ce mai repede, iar o ecuație de gradul II vă poate spune poziția sa în orice moment.

Aruncarea unei mingi

Exemplu: O minge este aruncată drept în sus, de la 3 m deasupra solului, cu o viteză de 14 m/s. Când lovește pământul?

Înălțimea începe de la 3 m

Se deplasează în sus cu 14 metri pe secundă (14 m/s) = $14t$

Gravitația îl trage în jos, schimbându-și poziția cu aproximativ 5 m pe secundă pătrat = $-5t^2$

Rezolvare: $h = 3 + 14t - 5t^2$

$$3 + 14t - 5t^2 = 0$$

$$5t^2 - 14t - 3 = 0$$

Rescrie mijlocul cu -15 și 1 : $5t^2 - 15t + t - 3 = 0$

Factorizați primele două și ultimele două: $5t(t - 3) + 1(t - 3) = 0$

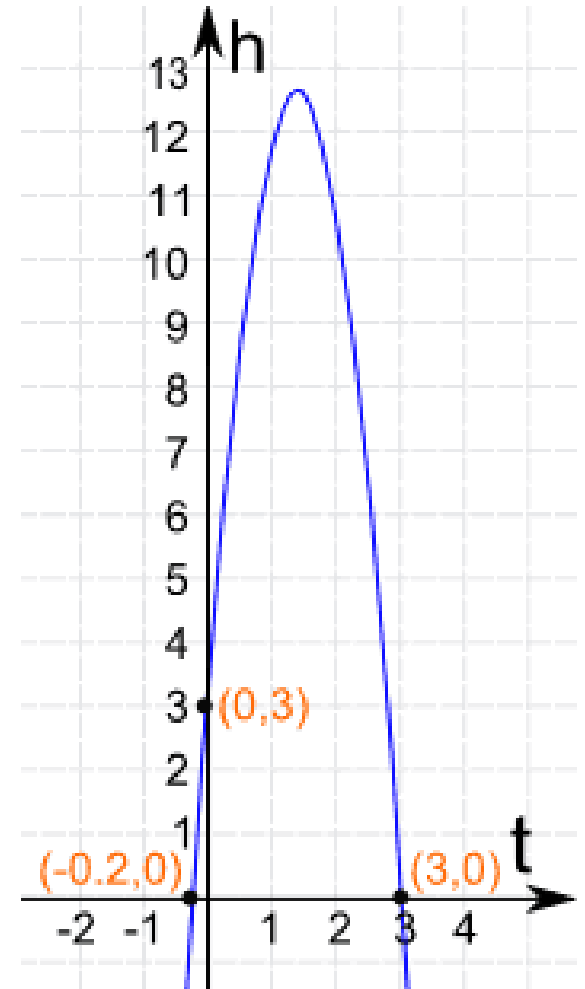
Factorul comun este $(t - 3)$: $(5t + 1)(t - 3) = 0$

Și cele două soluții sunt: $5t + 1 = 0$ sau $t - 3 = 0$

$$t = -0,2 \text{ sau } t = 3$$

Raspuns: Mingea lovește pământul după 3 secunde.

In baza acestei ecuatii putem obtine parabola:



(0,3) Când $t=0$ (la început) mingea se află la 3 m.
(-0,2,0) spune că $-0,2$ secunde ÎNAINTE să aruncăm mingea era la nivelul solului.
(3,0) spune că la 3 secunde mingea este la nivelul solului.

Rame din oțel

Exemplu: Compania ta va face rame ca parte a unui nou produs pe care îl lansează. Cadrul va fi tăiat dintr-o bucată de oțel, iar pentru a menține greutatea redusă, suprafața finală ar trebui să fie de 28 cm².

Interiorul cadrului trebuie să fie de 11 cm pe 6 cm

Care ar trebui să fie lățimea x a metalului?

Rezolvare: Suprafața oțelului înainte de tăiere:

$$\text{Aria} = (11 + 2x) \times (6 + 2x) \text{ cm}^2$$

$$\text{Aria} = 66 + 22x + 12x + 4x^2$$

$$\text{Aria} = 4x^2 + 34x + 66$$

Zona de oțel după tăierea mijlocului 11×6 :

$$\text{Aria} = 4x^2 + 34x + 66 - 66$$

$$\text{Aria} = 4x^2 + 34x$$

Înălțimea graficului lui $4x^2 + 34x$:

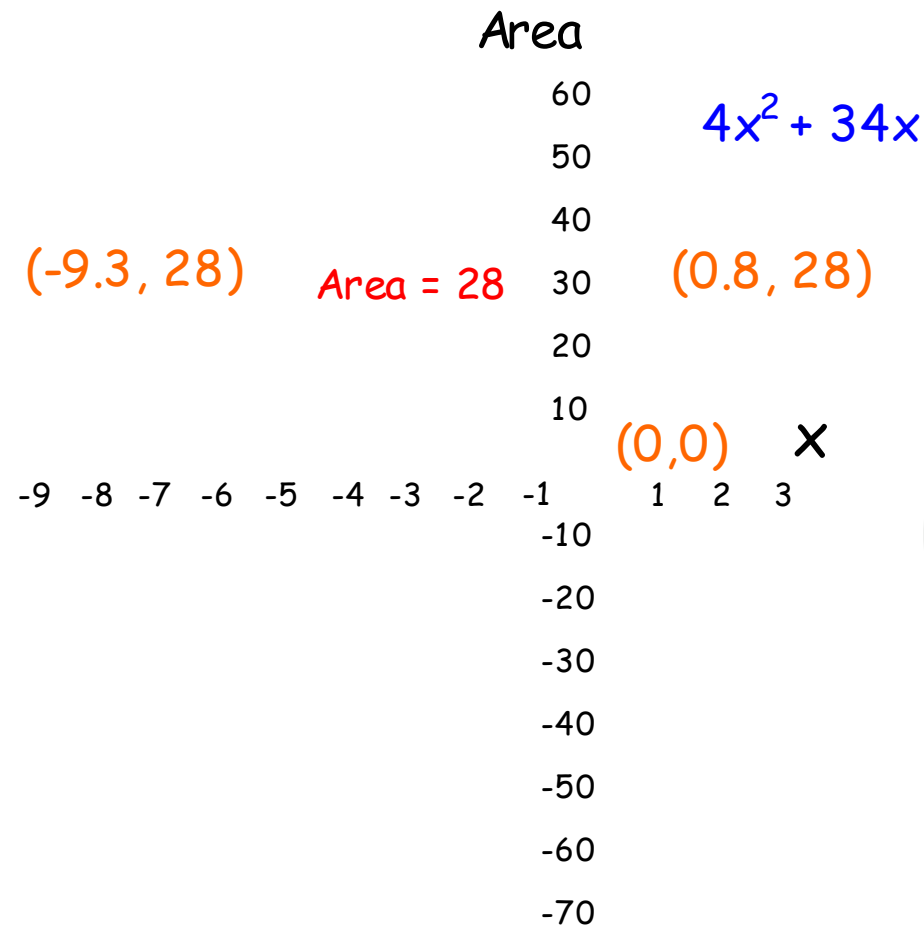
Zona dorită de 28 este afișată ca o linie orizontală.

Aria este egală cu 28 cm² când:

x este aproximativ $-9,3$ sau $0,8$

Valoarea negativă a lui x nu are sens, deci:

Răspuns: $x = 0,8$ cm (aprox.)



Parabole în astronomie

Exemplu: În procesul de cădere traiectoria unui meteorit descrisă de graficul funcției $h: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$, $h(t) = -1/4t^2 + 3t - 5$, unde t este timpul exprimat în ore. Care este distanța maximală vizibilă a meteoritului față de suprafața Pământului dacă scara din imagine este de 1:25 (km)?

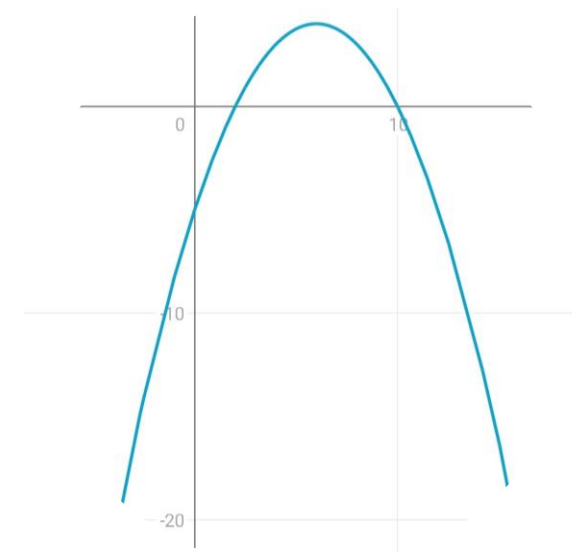
Rezolvare: Aflăm vârful parabolei $V(t_0, h_0)$

$$t_0 = -b/2a = -3/2 \times (-1/2) = 3/1/2 = 6 \text{ ore}$$

$$h(t_0) = -1/4 \times 6^2 + 3 \times 6 - 5 = -14 + 18 = 4 \text{ km}$$

$$\text{Scara: } 1:25; 4 \times 25 = 100 \text{ km}$$

Răspuns: 100 km



Balustrada podului

Exemplu: Balustrada unui pod are forma unui arc de parabolă. Înălțimea balustradei este de 2 m, iar lungimea coardei care o subîntinde – de 24 m. Balustrada are 5 stâlpi verticali, fixați în punctele care împart coarda în părți de aceeași lungime. Aflați lungimile acestor stâlpi.

Rezolvare: Balustrada este graficul funcției de gradul doi $f(x)=ax^2+bx+c$. Considerăm un sistem de axe de coordonate în care axa Ox este lungimea coardei din enunț, iar axa Oy trece prin punctul cel mai înalt al balustradei, adică prin vârful parabolei.

Deci vârful parabolei este punctul $V(0;2)$ și $f(0)=2 \Rightarrow c=2$

Capetele balustradei sunt punctele unde parabola intersectează axa Ox, adică $f(-12)=f(12)=0$.

De aici vom compune ecuația $144a-12b+2=144a+12b+2=0$

$144a-144a-12b-12b+2-2=0$; $-24b=0$

$b=0$

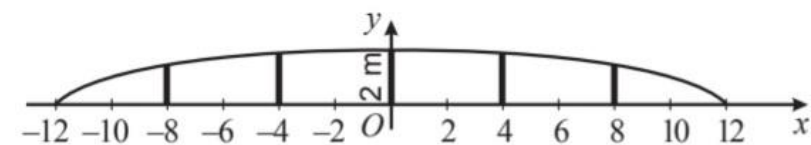
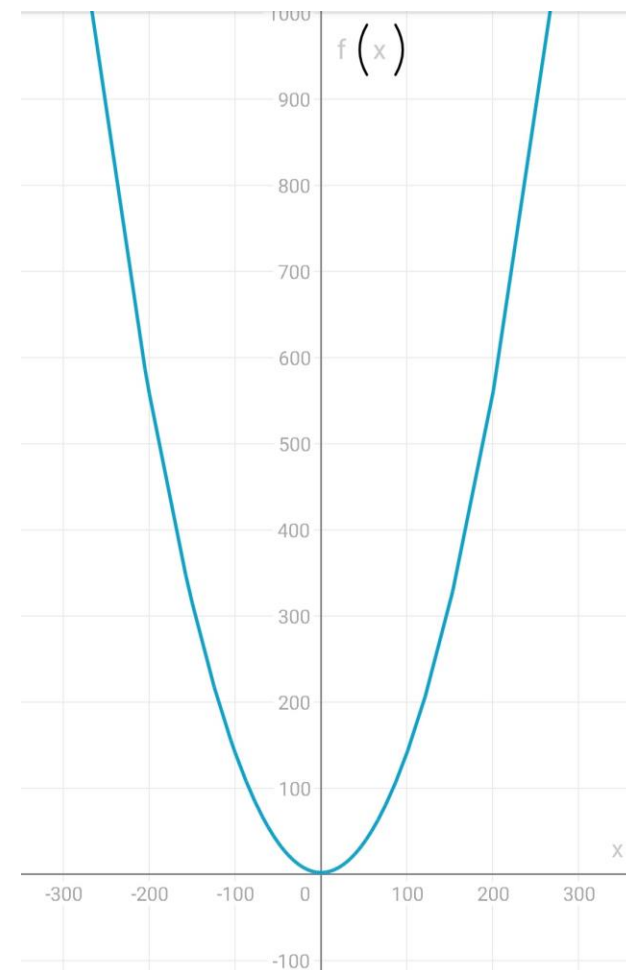
Dacă $b=0$, atunci $144a+12 \cdot 0+2=0 \Rightarrow 144a=-2 \Rightarrow a=-1/72$.

Deci $f(x)=-1/72 x^2 + 2$

Înălțimile stâlpilor sunt: $f(-4)=f(4)=-1/72 \cdot 4^2 + 2 = -16+144/72 = 128/72 = 16/9 \approx 1,77$ m

$f(-8)=f(8)=-1/72 \cdot 8^2 + 2 = -64+144/72 = 80/72 = 10/9 \approx 1,11$ m

Răspuns: Un stâlp central de 2 metri, doi stâlpi de $16/9$ m, și doi stâlpi de $10/9$ m.



Vă mulțumesc pentru atenție!

Puneți-mi nota 10 vă rog

