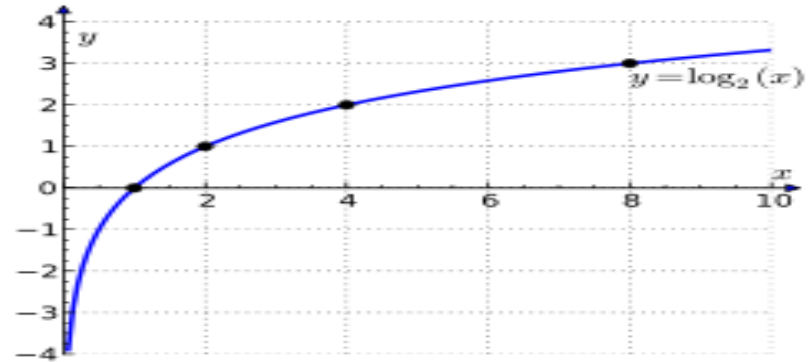
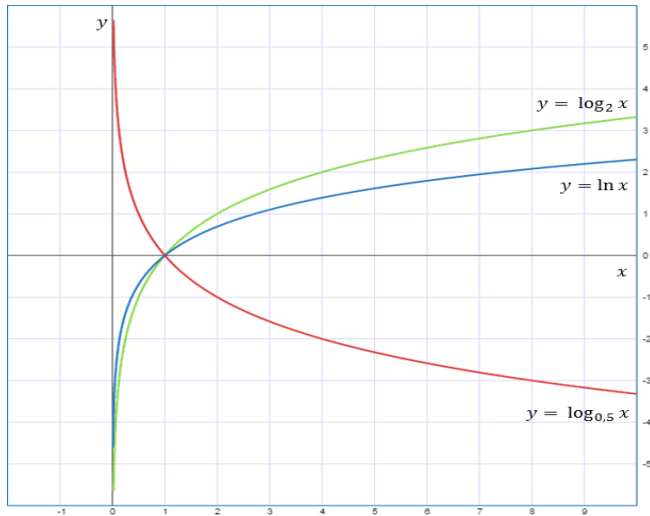


# LOGARITMI

Nazar Vasile

# Ce este logaritmul!

În matematică, logaritmul este operația inversă a ridicării la putere. Aceasta înseamnă că logaritmul unui număr este exponentul la care un alt număr fix, baza(d), trebuie să fie ridicat pentru a produce acel număr. În cazul cel mai simplu al exponentului natural, logaritmul exprimă numărul de factori din înmulțirile repetate. De exemplu, logaritm în bază 10 din 1000 este 3, pentru că 10 la puterea 3 este 1000 ( $1000 = 10 \times 10 \times 10 = 10^3$ ); înmulțirea se repetă de trei ori. Acesta este un exemplu de logaritmi cu valori discrete. Trecerea la un exponent fracționar face ca valorile logaritmilor să fie continue. Exponentul fracționar fiind asociat unui radical de ordin oarecare dintr-un număr logaritmul permite determinarea valorilor radicalilor de orice ordin.



# LOGARITMI

## Condiții de existență pentru logaritmi

Pentru expresia  $\log_a b$ , CE: 1)  $b > 0$   
 2)  $a > 0$   
 3)  $a \neq 0$

## Proprietăți ale logaritmilor

Fie  $a > 0, a \neq 0$

1)  $\log_a 1 = 0$

2)  $\log_a a = 1$

3)  $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y, \forall x, y > 0$

4)  $\log_a (x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n) = \log_a x_1 + \log_a x_2 + \dots + \log_a x_n, \forall x_1, x_2, \dots, x_n > 0$

5)  $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y, \forall x, y > 0$

6)  $\log_a b^m = m \log_a b, \forall b > 0$

7)  $\log_a a^m = m$

8)  $\log_a \sqrt[m]{b} = \frac{1}{m} \log_a b, \forall b > 0, m \in \mathbb{N}, m \geq 2$

9)  $\log_a x = \log_a y \Leftrightarrow x = y$  (din injectivitatea funcției logaritmice)

## 10) Schimbarea bazei unui logaritm

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}, \forall a, c, b > 0, a, c \neq 1, \text{ de unde in particular } \log_a b = \frac{1}{\log_b a}, \forall a, b > 0, a, b \neq 1$$

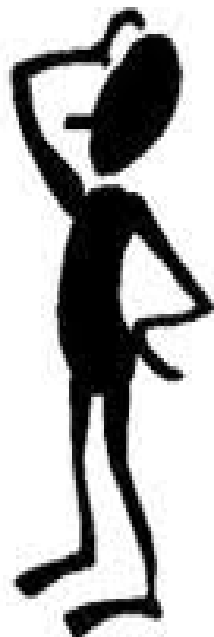
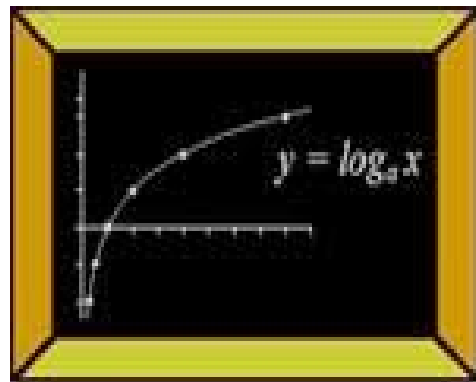
11)  $\overset{\text{def}}{\lg} x = \log_{10} x$  s.n. **logaritm zecimal**, de unde  $\boxed{\lg 10 = 1}$

12)  $\overset{\text{def}}{\ln} x = \log_e x$  s.n. **logaritm natural**, unde  $e$  este constanta lui Euler ( $e \approx 2,718$ ), de unde  $\boxed{\ln e = 1}$

13)  $a^{\log_a x} = x$ , in particular  $e^{\ln x} = x$  și  $10^{\lg x} = x$

14)  $a^x = e^{x \ln a}, \forall a > 0, a \neq 1$

15)  $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}, \forall a, b, c > 0, b \neq 1$



# Istoria logaritmului

Istoria logaritmilor în Europa secolului al XVII-lea este descoperirea unei noi funcții, care extindea domeniul de analiză dincolo de domeniul de aplicare a metodelor algebrice. Metoda logaritmilor a fost formulată public de către John Napier în 1614, într-o carte intitulată *Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio* (Descrierea Minunatului Canon al Logaritmilor).[17][18] Înainte de inventarea lor de către Napier, au existat și alte tehnici similare, cum ar fi prostafareza sau utilizarea de tabele de progresii, dezvoltată pe larg de către Jost Bürgi în jurul anului 1600.[19][20]

Logaritmul zecimal al unui număr este indicele acelei puteri a lui zece care este egală cu numărul.[21] A vorbi despre un număr ca necesitând atât de multe cifre este o aluzie aproximativă la logaritmul zecimal, și problema a fost menționată de către Arhimede ca „ordinul unui număr”. [22] Primii logaritmi adevărați erau metode euristice de a transforma înmulțirea în adunare, facilitând astfel calculul mai rapid. Unele dintre aceste metode foloseau tabele calculate din identități trigonometrice.[23] Astfel de metode sunt numite prostafareză(d).



**L**OGARITHMS, (from  $\lambda\omicron\gamma\omicron$  ratio, and  $\alpha\rho\iota\theta\rho\iota$  number), the indices of the ratios of numbers to one another; being a series of numbers in arithmetical progression, corresponding to others in geometrical progression; by means of which, arithmetical calculations can be made with much more ease and expedition than otherwise.

# Logaritmi in informatica!

## Logaritm binar -

În informatică, ei numără numărul de pași necesari pentru căutare binară și algoritmi asociați. Alte domenii în care este frecvent utilizat logaritul binar includ combinatorică, bioinformatică, designul sportului turnee, și fotografie. Enciclopedie site: wikiw.com



# Logaritmii in muzica!



Ce legatura exista intre logaritmi si muzica?

- logaritmul cvartei perfecte este egal cu logaritmul octavei minus logaritmul cvintei perfecte.
- logaritmul sextei majore marite este egal cu suma logaritmului cvartei perfecte si cel al terței majore
- Sexta mica (minora) este egala, logaritmica, cu suma unei cvarte perfecte si a unei terțe minore micșorate
- Septima mica (minora) este egala, logaritmica, cu suma a doua cvarte perfecte.

Logaritmii pot fi folositi spre a preciza intervalele

muzicale, pentru ca, spre a gasi logaritmii unui interval muzical dat, nu avem altceva de facut decât de adunat sau de sczut logaritmii altor intervale.

În armonie, când este vorba de dublarea sau de suprimarea sunetelor în acorduri, rasturnari de acorduri, de întârzieri sau suspensii, anticipatii, broderii, apogiaturi, cadente, acorduri de septima dominanta sau de nona majora, alteratii coborâtoare, acorduri de undecima, modulatii, imitatii, progresii armonice etc., toate acestea nu se fac oricum, ci dupa anumite reguli bine stabilite si precis respectate de compozitori; dar regulile acestea înseamna calcul matematic. Si tot astfel fuga în muzica, adica lucrarea polifonica în care are loc repetarea imitativa a unuia sau doua subiecte dupa un anumit plan tonal-armonic, atât de întâlnita la Bach si Handel, nu se întocmeste oricum, ci tot dupa reguli matematice pe care compozitorii trebuie sa le stapâneasca aproape intuitiv





# Logaritmii in psihologie

Logaritmii apar și în unele legi care descriu percepția umană:[61][62] legea lui Hick(d) propune o relație logaritmică între timpul cât durează ca o persoană să aleagă o alternativă și numărul de opțiuni pe care le au.[63] Legea lui Fitts(d) prezice că timpul necesar pentru a trece rapid la o zonă-țintă este o funcție logaritmică de distanța și dimensiunea țintei.[64] În psihofizică, legea Weber–Fechner(d) propune o relație logaritmică între stimul(d) și senzație, cum ar fi greutatea reală vs. cea percepută de o persoană care o transportă.[65] (Această „lege”, cu toate acestea, este mai puțin precisă decât unele modele mai recente, cum ar fi legea puterii a lui Stevens(d).[66])

Studiile psihologice au constatat că persoanele cu puțină educație în matematică tind să estimeze cantitățile logaritmice, adică ele pun un număr pe o linie în funcție de logaritmul lui, astfel că 10 este poziționat la fel de aproape de 100 ca și 100 de 1000. Creșterea educației schimbă această estimare cu una liniară (poziționarea lui 1000 de 10x mai departe), în anumite circumstanțe, în timp ce logaritmii sunt utilizați atunci când numerele de reprezentat sunt dificil de marcat

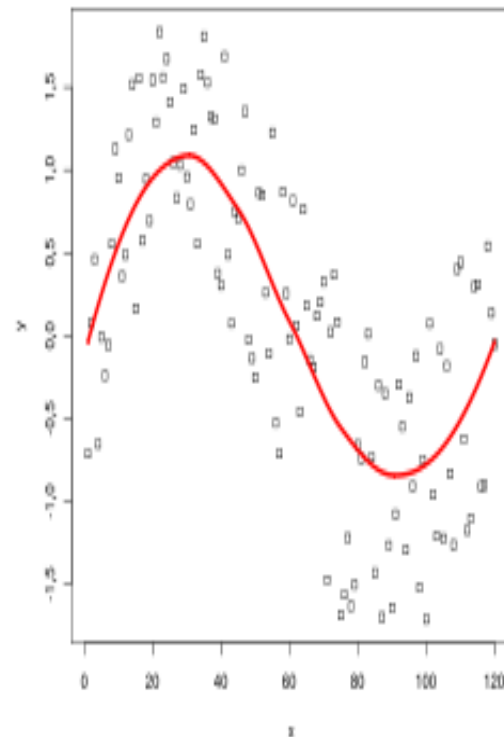




# Logaritmi in econometrie!

Principala utilitate a logaritmilor pentru analiza econometrică este capacitatea lor de a elimina efectul unităților variabilelor asupra coeficienților. O variație a unităților nu ar implica o modificare a coeficienților de pantă a regresiei. De exemplu, dacă tratăm prețurile ca o variabilă dependentă (Y) și poluarea fonică ca o variabilă independentă. Pentru a vedea mai clar cele de mai sus, să ne imaginăm că avem o variabilă în euro și alta în kilograme. Dacă trecem cele două variabile către logaritmi, le vom măsura în aceleași „unități” și, prin urmare, modelul nostru va avea mai multă stabilitate.

Putem găsi logaritmi naturali, ( $\ln$ ), unde baza este  $e^X$ , și logaritmi ai altor baze, ( $\log$ ). În finanțe, logaritmul natural este folosit mai mult datorită luării în considerare a  $e^X$  pentru a valorifica rentabilitățile continue ale unei investiții. În econometrie este, de asemenea, obișnuit să se utilizeze logaritmul natural.



Sfarsit, multumesc pentru atentie.

**FINAL**