

# Număr Fibonacci

*Numerele Fibonacci sunt definite prin următoarea relație de recurență:*

$$F_0=0, F_1=1, F_i=F_{i-1}+F_{i-2}$$
*pentru  $i \geq 2$ . Astfel, fiecare*

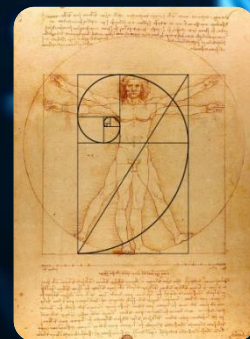
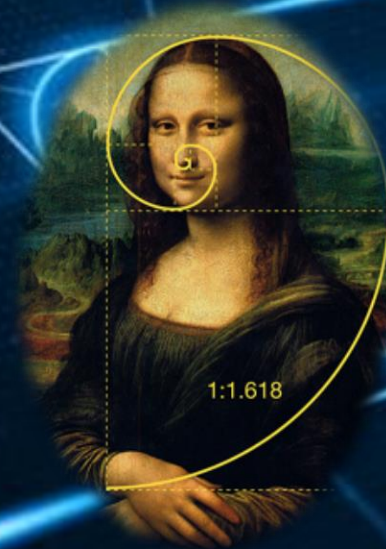
*număr Fibonacci este suma celor două numere Fibonacci anterioare, rezultând secvența:*

$$0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, \dots$$
*Primele 22 de numere din șir sunt:*

$$0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181, 6765, 10946$$
*După primele câteva numere din serie,*

*celelalte au o proprietate interesantă: raportul dintre un număr al șirului și următorul număr din șir tinde spre 0,618; de exemplu raportul dintre 34 și 55 este aproximativ 0,618.*

*De asemenea, raportul dintre un număr al șirului și cel aflat cu două poziții după el este aproximativ 0,382. De exemplu:*  
$$55/144 \approx 0,382.$$

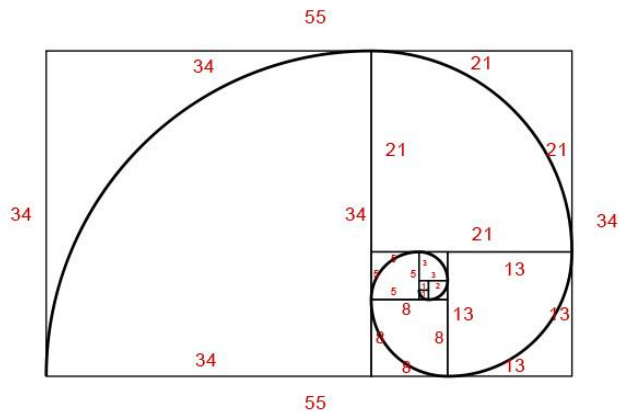


# PRIM FIBONACCI



- *Un prim Fibonacci este un număr Fibonacci care este și prim. Primele numere prime Fibonacci sunt:*
- *2, 3, 5, 13, 89, 233, 1597, 28657, 514229, 433494437, 2971215073, ....Nu se știe dacă există o infinitate de numere prime Fibonacci. Se cunosc 51 de numere prime Fibonacci. S-a demonstrat că singurele numere prime Fibonacci ce fac parte dintr-o pereche de numere prime gemene sunt 3, 5 și 13.*
- *Cel mai mare număr prim Fibonacci cunoscut are circa 17000 de cifre.*

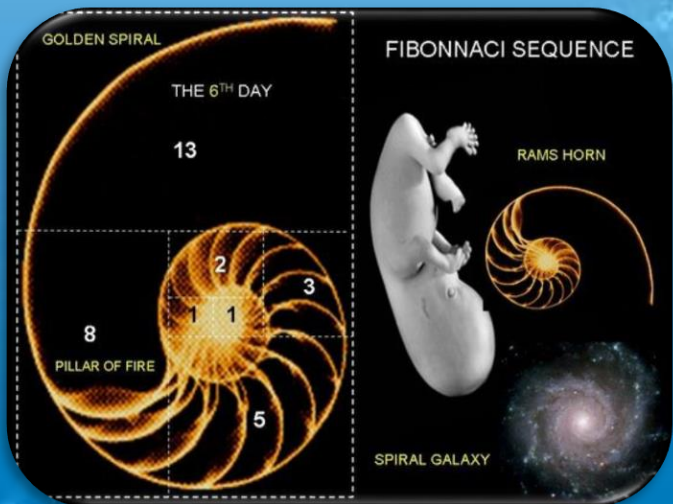
Aplicație geometrică a Șirului lui Fibonacci



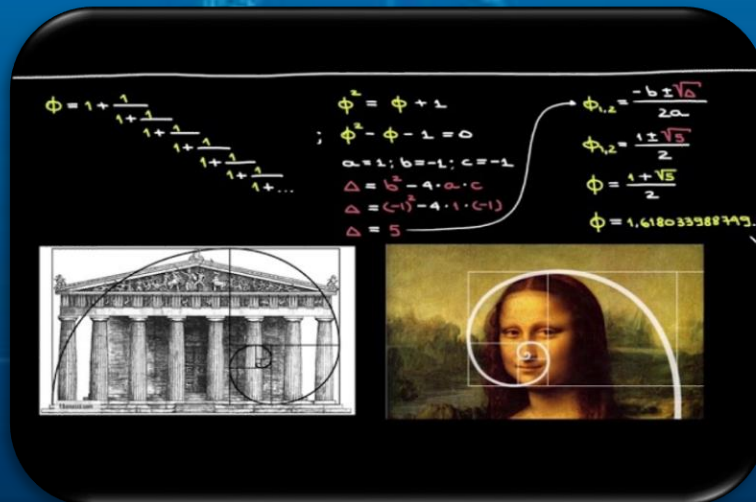
Șirul lui Fibonacci: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181, 6765, 10946...

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = \Phi = 1,61803...$$

# PSEUDOPRIM FIBONACCI



- ***Un pseudoprime Fibonacci este un număr compus impar  $n$  care satisface una dintre următoarele două relații:***
- ***$n$  divide  $F(n - 1)$  dacă  $n \equiv \pm 1 \pmod{5}$  respectiv***
- ***$n$  divide  $F(n + 1)$  dacă  $n \equiv \pm 2 \pmod{5}$ ,***
- ***unde  $F(m)$  este cel de-al  $m$ -lea număr Fibonacci.***
- ***Primele 16 pseudoprime Fibonacci sunt:***
- ***323, 377, 1891, 3827, 4181, 5777, 6601, 6721, 8149, 10877, 11663, 13201, 13981, 15251, 17119, 17711.***



➤ În Matematică există o infinitate de șiruri de numere, care au la bază o formulă, pe baza căreia se generează elementele șirului. De exemplu șirul de numere prime: „2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67,... 97, 101, 103,... $2n+1$ ,... $2^{n+1}$ ” este format din numere care se împart exact doar la 1 și la ele însele. Sau șirul de numere pare naturale: „2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22... $n$ ” a cărui elemente se împart exact la doi ( $n=2p$ ). Sau șirul de numere formate din puteri ale lui 3: „3, 9, 27, 81, 243, 729, 2187...” care mai poate fi scris și „ $3^1, 3^2, 3^3, 3^4, 3^5, 3^6, 3^7, 3^8, 3^9, \dots$ ”.

➤ Printre infinitatea de șiruri existente în lumea matematicii, italianul Leonardo of Pisa, cunoscut și sub numele de Fibonacci, a descoperit un șir de numere extraordinar de interesant: „0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597...”. Formula pe baza căreia se obține acest șir este una foarte simplă:

➤ Primele două elemente ale șirului sunt 0 și 1, iar al treilea element se obține adunându-le pe primele două:  $0+1 = 1$ . Al patrulea se obține adunându-le pe al treilea cu al doilea ( $2+1=3$ ). Al cincilea se obține adunându-le pe al patrulea cu al treilea ( $3+2=5$ ), și tot așa, până la infinit. În figura de mai jos puteți observa mai bine cum se obțin elementele șirului, prin adunarea celor două care le preced.

Șirul lui Fibonacci:

Start: 0 și 1

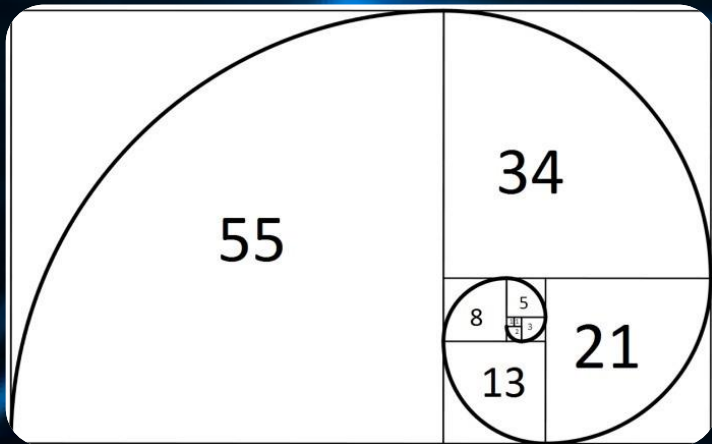
$0 + 1 = 1$   
 $1 + 1 = 2$   
 $2 + 1 = 3$   
 $3 + 2 = 5$   
 $5 + 3 = 8$   
 $8 + 5 = 13$   
 $13 + 8 = 21$   
 $21 + 13 = 34$   
 $34 + 21 = 55$   
 $55 + 34 = 89$   
 $89 + 55 = 144$   
 $144 + 89 = 233$   
 $233 + 144 = 377$   
 $377 + 233 = 610$   
 $610 + 377 = 987$   
 $987 + 610 = 1597$   
 $1597 + 987 = 2584$   
 $2584 + 1597 = 4181$   
 $4181 + 2584 = 6765$   
 $6765 + 4181 = 10946$

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181, 6765, 10946...

Raportul de aur, sau numărul  $\Phi = 1,61803...$

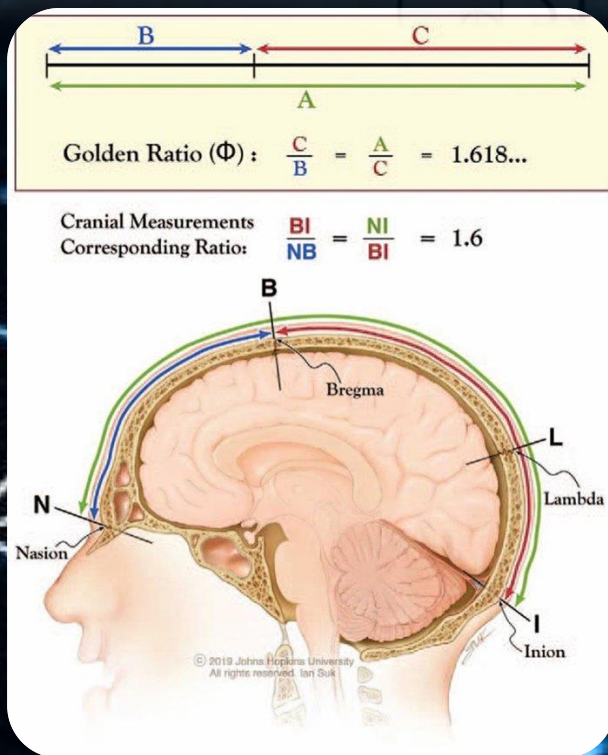
$2 : 1 = 2$   
 $3 : 2 = 1,5$   
 $5 : 3 = 1,6666$   
 $8 : 5 = 1,6$   
 $13 : 8 = 1,625$   
 $21 : 13 = 1,6153$   
 $34 : 21 = 1,6190$   
 $55 : 34 = 1,6176$   
 $89 : 55 = 1,6181$   
 $144 : 89 = 1,6179$   
 $233 : 144 = 1,61803$   
 $377 : 233 = 1,61803$   
 $610 : 377 = 1,61803$   
 $987 : 610 = 1,61803$   
 $1597 : 987 = 1,61803$   
 $2584 : 1587 = 1,61803$   
 $4181 : 2584 = 1,61803$   
 $6765 : 4181 = 1,61803$   
 $10946 : 6765 = 1,61803$

Numărul  $\Phi$  se obține împărțind un element al Șirului lui Fibonacci la precedentul său.

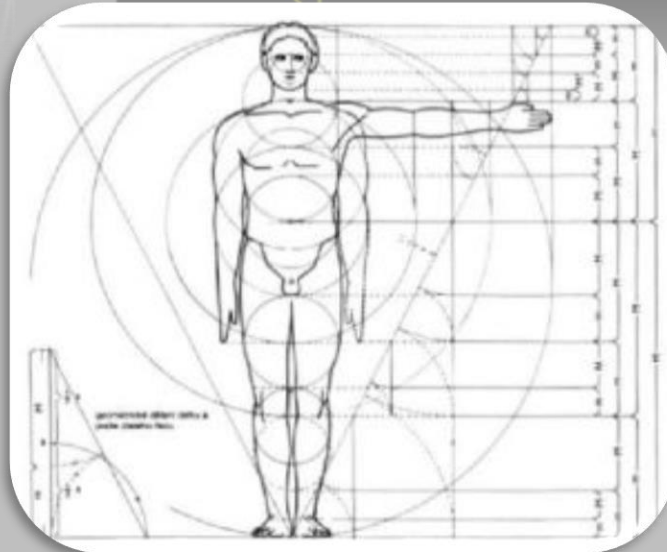
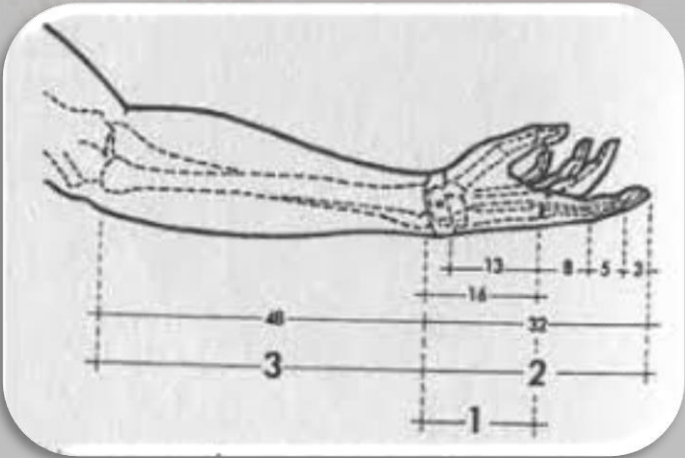
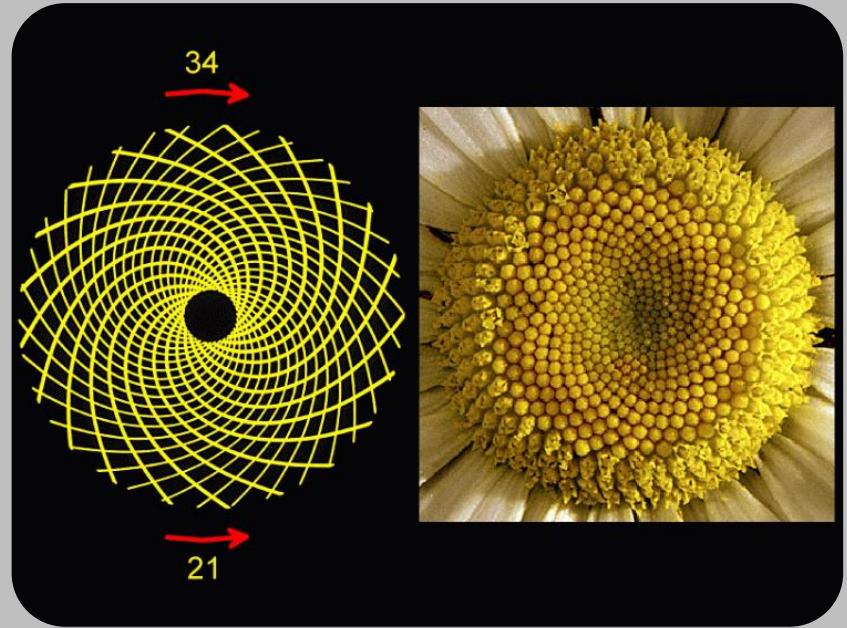
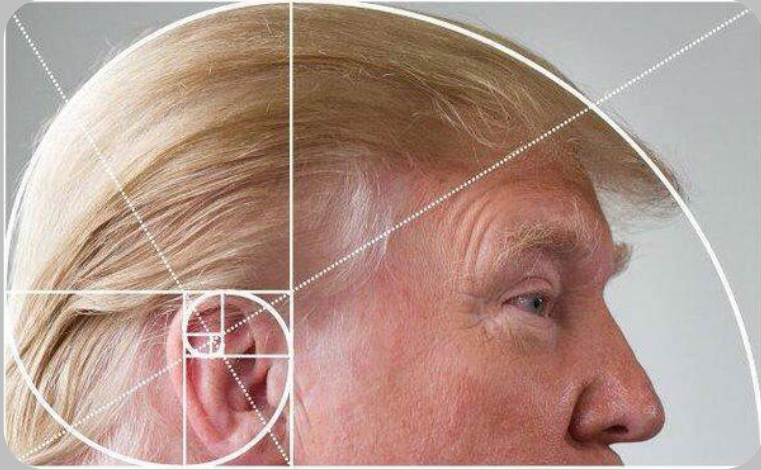


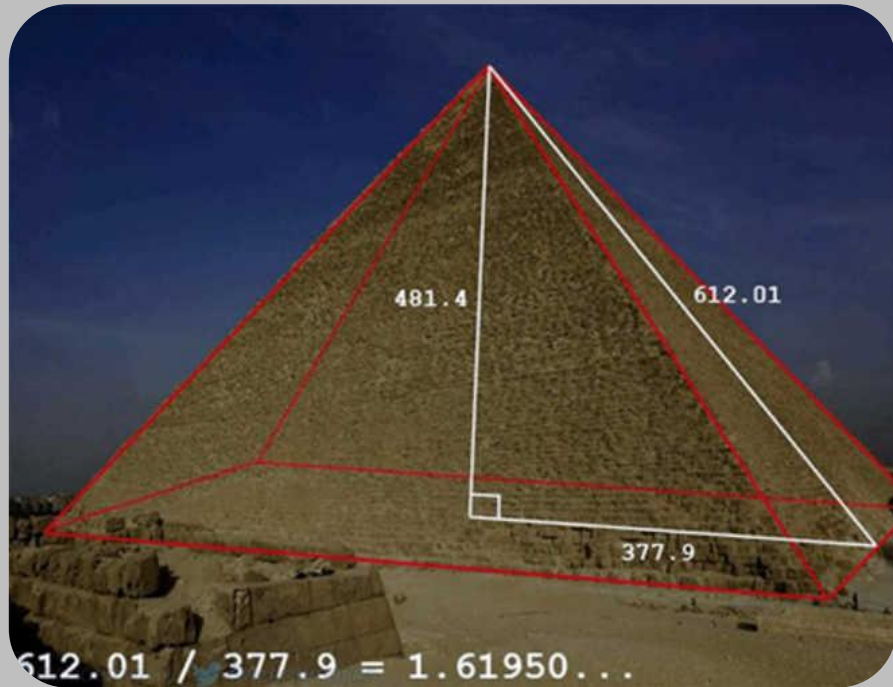
- Primul lucru interesant care se observă în acest șir este că dacă împărțim un element al Șirului Fibonacci la precedentul său obținem rezultatul 1,61803. Acest lucru este valabil de la 14-lea element în sus (233:144=1,61803, 377:233=1,61803, etc.), indiferent cât de mare a fi acel număr din șir. În figura de mai sus puteți observa mai bine cum se obține acest rezultat de 1,61083.

- Acest număr a fost denumit  $\Phi$  (phi) fiind considerat încă din antichitate *raportul de aur sau numărul de aur*, datorită întâlnirii frecvente a acestui raport în lumea care ne înconjoară. Se află în raportul de aur oricare două numere care îndeplinesc condiția de mai jos:



# VIAȚA COTIDIANĂ





$$612.01 / 377.9 = 1.61950\dots$$

$$612.01 \setminus 377.9 = 1.61950\dots$$

